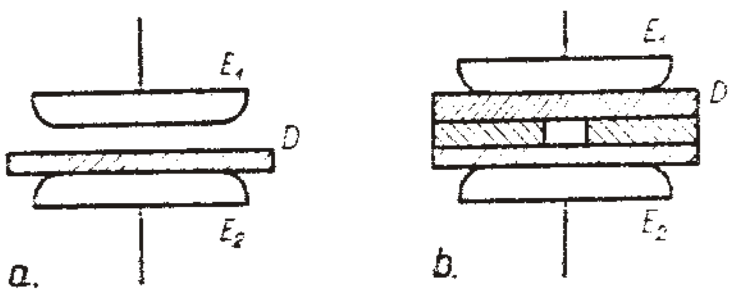
Doc.dr hab.Zdzisław Szczepański
Politechnika Łódzka

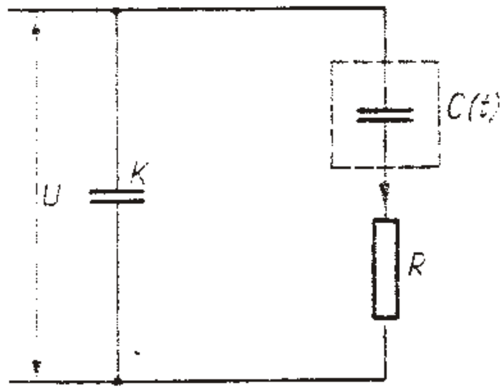
NOWA INTERPRETACJA SCHEMATU ZASTĘPCZEGO STOSOWANEGO PRZY BADANIACH DEGRADACJI DIELEKTRYKÓW

Zjawiska, odnośnie których przeprowadzono niżej analizę matematyczną, zostały zaobserwowane podczas modelowych badań dielektryków na działanie wyładowań niezupełnych. Autor jednak uważa, iż przedstawione rozumowanie dotyczyć będzie często układów spotykanych w praktyce.

W układach modelowych, rys.1a i b, przy użyciu których bada się odporności dielektryków na degradację wywołaną działaniem wyładowań niezupełnych dość często stosuje się rezystancję detekcyjną R, z której zbierane i odpowiednio analizowane impulsy stanowią podstawę do oceny intensywności czynnika wywołującego tę degradację. Jeżeli dielektryk rozpatrywać jako pojemność C/t/ zmienną w czasie, to schemat zastępczy układu probierczego przedstawia się jak na rys.2.



Rys.1. Układy stosowane do badania degradacji dielektryków na działanie wyładowań niezupełnych



Rys.2. Schemat zastępczy uwzględniający zmienną w czasie pojemność układu, w którym występują wyładowania niezupełne.

Prąd, który płynie przez rezystancję R, jest prądem pojemnościowym, przy czym główny jego składnik wynika ze zmiany pojemności układu. Przyczyną tego zjawiska jest tworzenie się na ściankach dielektryku ograniczających wtrącinę gazową tzw. figur Lichtenberga. Zatem można napisać, że prąd i płynący przez rezystancję R wyrazi się następująco:

$$i = C \frac{dU}{dt} + U \frac{dC}{dt}$$

/ U - oznacza napięcie na pojemności C/.

Jeżeli obie strony równania pomnoży się przez wartość R, wowczas otrzymuje się wyrażenie:

$$iR = C\,R \frac{dU}{dt} + U\,R \frac{dC}{dt}$$

/ iR - przedstawia impuls napięcia wywołany na zaciskach rezystancji R podczas trwanie wyładowania/.

Przedstawione niżej dalsze rozumowanie odnosi się do przedziału czasowego, podczas którego trwa wyładowanie w warstwie gazowej układu modelowego wskutek czego w tym czasie zmienia się także jego pojemność C/t/. Wspomniany przedział czasowy jest rzędu 10^{-8}-10^{-7}s. Jest to czas tak krótki, w którym napięcie U o częstotliwości od 50 Hz do kilku kHz praktycznie nie zmienia swej wartości. Jeżeli wyładowanie rozpocznie się wówczas, gdy napięcie U osiągnie wartość U_p, to od tej chwili na rezystancji R pojawia się spadek napięcia i.R, który jest zmienny w czasie trwania wyładowania i który zostanie oznaczony ogólnie f/t/.

W związku z tym wartość napięcia na układzie modelowym:

$$U = U_p - f/t/$$

Korzystając z równania podanego wyżej otrzymuje się:

$$f/t/ = R\,C\,\frac{d\left[U_p - f/t/\right]}{dt} + \left[U_p - f/t/\right] R\,\frac{dC}{dt}$$

Jak stwierdzono to wyżej - U_p = const.

Ostatnie wyrażenie prowadzi do następującego równania różniczkowego:

$$\frac{dC}{dt} + \frac{f'/t/}{U_p - f/t/} \cdot C = \frac{f/t/}{R\left[U_p - f/t/\right]}$$

gdzie: f'/t/ stanowi pochodną pierwszego stopnia funkcji f/t/.

Rozwiązanie tego równania ma następującą postać:

$$C = e^{-\int \frac{f'/t/}{f/t/ - U_p}\,dt} \cdot \frac{1}{R}\left[\int \frac{f/t/}{U_p - f/t/} \cdot e^{\int \frac{f'/t/}{f/t/ - U_p}\,dt}\,dt + \text{const}\right]$$

Ponieważ

$$\int \frac{-f'/t/}{U_p - f/t/}\,dt = \ln\left[U_p - f/t/\right]$$

zatem ostatecznie

$$C = \frac{1}{R\left[U_p - f/t/\right]} \left[\int_0^t f'/t/\ dt + R\ U_p\ C_c \right]$$

przy czym

$$C = C_c \qquad \text{dla} \quad t = 0$$

$$C = C_\infty \qquad \text{dla} \quad t = \infty$$

Należy również zauważyć, że $f/t/ = 0$, gdy $t = 0$ i $t = \infty$.

Nawet nie znając, jak zmienia się funkcja $f/t/$ można określić przyrost pojemności $\Delta C = C_\infty - C_c$, który występuje w wyrażeniu na energię rozproszoną w układzie podczas wyładowania we wtrącinie gazowej.

Jeżeli oznaczyć:

$$\int_0^\infty \frac{f/t/}{R}\ dt = \Delta q$$

gdzie: q – jest to całkowity ładunek jaki przepłynął w czasie wyładowania przez rezystancję R

to przyrost pojemności

$$\Delta C = C_\infty - C_c = \frac{\Delta q}{U_p} + C_c - C_c = \frac{\Delta q}{U_p}$$

Rezultat:

$$\Delta C = \frac{\Delta q}{U_p}$$

można otrzymać natychmiast, gdy wyjdzie się z definicji pojemności, a mianowicie:

$$q = C\ .\ U$$

Jeżeli $U = U_p$ = const, a ładunek q wskutek wyładowania istotnie zmienił się o Δq, to mogło to mieć miejsce jedynie przy zmianie pojemności C.

$$\Delta q = /C + \Delta C/U_p - CU_p = \Delta C\ .\ U_p$$

Po każdym wyładowaniu następuje zmiana pojemności układu. Tak więc można tu mówić o dwóch rodzajach zmian pojemności układu.

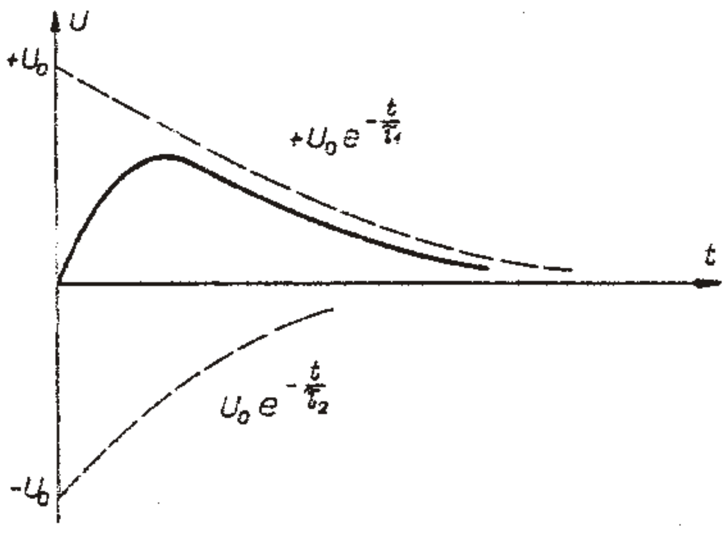
Pierwszy rodzaj – to zmiana pojemności podczas wyładowania. Jest to pojemność zmienna w czasie i oznaczono ją C/t/. Drugi rodzaj – to zmiana pojemności układu o wartości ΔC po każdym wyładowaniu, która pomiędzy dwoma kolejnymi wyładowaniami nie ulega zmianie. Przyrosty C mogą być dodatnie lub ujemne, tak jak przyrosty energii układu wywołane wyładowaniami.

Jeżeli funkcja f/t/ jest znana, wówczas można określić zależność pomiędzy przyrostem pojemności a innymi parametrami.

Gdy impuls ma charakter dwuwykładniczy, wówczas

$$f/t/ = U_0 \,/\, e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} /$$

Oznaczenia podane we wzorze ilustruje rys.3.



Rys.3. Impuls dwuwykładniczy $U = U_0 / e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} /$

W przypadku takich zmian impulsu f/t/ pojemność

$$C = \frac{U_o\,/\tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} - \tau_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}/ - U_o/\tau_2 - \tau_1/ + C_c \cdot R \cdot U_p}{R\left[U_p - U_o\,/e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}}/\right]}$$

dla $t = 0 \quad C = C_c$

dla $t = \infty \qquad C = C_\infty = C_c + \frac{U_o/\tau_1 - \tau_2/}{R\,U_p}$

zatem

$$\Delta C = \frac{U_o/\tau_1 - \tau_2/}{R\,U_p} = \frac{\Delta q}{U_p}$$

Ostatnie równanie przedstawia związek pomiędzy przyrostem pojemności a parametrami związanymi z kształtem impulsu pojawiającego się na rezystancji detekcyjnej oraz wartością tej rezystancji.

Przyrost energii układu związanej z wyładowaniem jest następujący:

$$E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}\,C_2\,U_p^2 - \frac{1}{2}\,C_1\,U_p^2$$

$$E = \frac{1}{2}\,/C_2 - C_1/\,U_p^2$$

Ponieważ C_2 – oznacza pojemność układu po wyładowaniu, zaś C_1 – pojemność układu przed wyładowaniem, zatem różnica tych pojemności stanowi przyrost pojemności C układu, zaistniały w wyniku wyładowania we wtrącinie gazowej układu modelowego. Zatem:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\,\Delta C\,U_p^2 \qquad \text{lub} \qquad \Delta E = \frac{1}{2}\,U_p \cdot \Delta q$$

Ten przyrost energii, jak można wykazać, może być dodatni lub ujemny. W czasie pierwszych wyładowań we wtrącinie gazowej, gdy na jej ściankach gromadzi się ładunek tego samego znaku, energia układu stale wzrasta. Gdy wyładowania sprowadzają na ścianki dielektryku ładunek znaku przeciwnego, neutralizując uprzednio nagromadzony ładunek. energia układu maleje. Wskutek każdego pojedynczego wyładowania energia dopływa ze źródła do układu lub na odwrót.

Jeżeli ΔU jest spadkiem napięcia w warstwie gazowej odpowiadającym elementowi powierzchni, która została pokryta ładunkiem po wyładowaniu oraz jeśli elementowi temu odpowiadają pojemności C_g - warstwy gazowej i C_d - warstwy dielektryku stałego, to energia zawarta w polu elektrycznym przed wyładowaniem /czas t_1 - rys.4/ odpowiadająca danemu elementowi:

$$E_1 = \frac{1}{2} C_g U_g^2 + \frac{1}{2} C_d U_d^2$$

/U_g - napięcie na warstewce gazu, U_d - napięcie na dielektryku stałym w miejscu, gdzie znajduje się ładunek powierzchniowy powstały w wyniku wyładowania/,
zaś energia po wyładowaniu z uwzględnieniem wpływu ładunku powierzchniowego:

$$E_2 = \frac{1}{2} C_g /U_g - \Delta U/^2 + \frac{1}{2} C_d /U_d + \Delta U/^2$$

zatem

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -C_g U_g \Delta U + \frac{1}{2} C_g \Delta U^2 + C_d U_d \Delta U + \frac{1}{2} C_d \Delta U^2$$

Ponieważ

$$\frac{U_g}{U_d} = \frac{C_d}{C_g}$$

zatem

$$U_d = \frac{U_g C_g}{C_d}$$

Oznacza to, że $C_d U_d \Delta U = C_g U_g \Delta U$, a zatem przyrost energii

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta U^2 /C_g + C_d/$$

jest dodatni.

Jeżeli napięcie na układzie /komórce/ nie zmieniło się, to wzrost energii układu $\frac{1}{2} C_k U_p^2$ związany jest ze wzrostem pojemności układu zgodnie ze wzorem $\frac{1}{2} /C_k + \Delta C/ U_p^2$.

Postawmy sobie teraz pytanie, co dzieje się ze zmianą pojemności gdy napięcie zmienia swą biegunowość? Załóżmy dla prostoty, że pierwsze wyładowanie wystąpiło w momencie t_1 /rys.4/, gdy napięcie na warstwie gazowej przechodziło przez maksimum. Niechaj zmiany napięcia odpowiadające elementowi dotkniętemu wyładowaniem ilustruje rys.4. Drugie wyładowanie nastąpiło po czasie t_2. Bilans energetyczny związany z tym drugim wyładowaniem jest następujący:

Energia układu przed wyładowaniem:

$$E_1 = /U_g - \Delta U/^2 \ \frac{1}{2} C_g + \frac{1}{2} /U_d + \Delta U/^2 C_d$$

Energia układu po wyładowaniu

$$E_2 = \frac{1}{2} C_g U_g^2 + \frac{1}{2} C_d U_d^2$$

zatem przyrost energii:

$$E_2 - E_1 = \Delta E$$

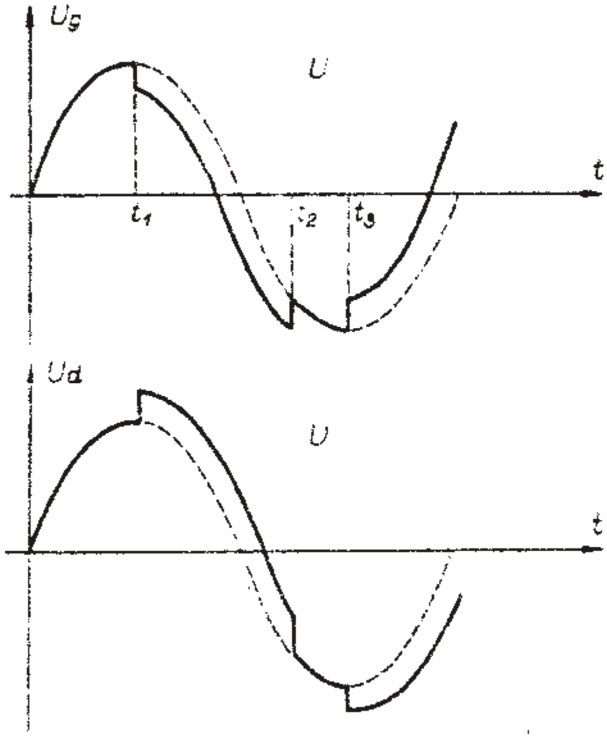
$$\Delta E = \frac{1}{2} C_g /U_g^2 - U_g^2 + 2U_g \Delta U - \Delta U^2/ + C_d \frac{1}{2} /U_d^2 - U_d^2 - 2U_d \Delta U - \Delta U^2/$$

$$\Delta E = - \frac{1}{2} \Delta U^2 /C_g + C_d/$$

Po drugim wyładowaniu energia i pojemność układu zmniejszyły się. Po trzecim wyładowaniu /czas t_3/ energia i pojemność układu wzrastają ponownie.

Można sobie postawić następne pytanie - jak zmieniają się energia i pojemność układu ze zmianą rozkładu napięcia na warstwie gazu i dielektryku stałego. Jeżeli nie ma wyładowań, wówczas zachodzi zależność:

$$\frac{U_d}{U_g} = \frac{C_g}{C_d}$$



Rys.4. Zmiany napięcia na warstwie gazu U_g i na szeregowej części dielektryku stałego U_d uwzględniające obecność ładunku powierzchniowego powstałego podczas wyładowania.

Jeżeli wskutek pojawienia się ładunku na powierzchni dielektryku stałego zmieni się w tym miejscu rozkład napięć na warstewce gazu i na w szereg z nim usytuowanym elementem dielektryku stałego, przy czym jeśli wartość napięcia przypadająca na wspomniany element oznaczymy zmienną x, wówczas energia tej części układu /gdzie znajduje się ładunek na powierzchni dielektryku stałego/ wyrazi się następująco:

$$E = \frac{1}{2} C_g /U - x/^2 + \frac{1}{2} C_d x^2$$

gdzie: U - napięcie na zaciskach komórki,

energia E jest funkcją napięcia x.

Można stwierdzić, że E osiąga minimum, gdy rozkład napięć spełnia podaną wyżej zależność:

$$\frac{U_d}{U_g} = \frac{C_g}{C_d}$$

Wynika stąd, że gdy wskutek wyładowań ładunek na powierzchni dielektryku stałego /powstały w wyniku wyładowań w warstwie gazu/ wzrasta, wówczas energia układu i pojemność także wzrastają. Gdy podczas następnych wyładowań ładunek jest neutralizowany, wówczas energia i pojemność układu maleją aż do chwili zupełnej neutralizacji ładunku. W tym momencie pojemność układu jest taka, jak przed wyładowaniem. Gdy po neutralizacji ładunku na powierzchni dielektryku stałego pojawia się w wyniku następnych wyładowań ładunek przeciwnego znaku, wówczas pojemność układu wzrasta ponownie i następuje również przyrost nagły energii po każdym wyładowaniu.

Zmiana pojemności związana jest z pojawieniem się ładunku na powierzchni dielektryku i wynika ze zmiany rozkładu pola, którą ten ładunek wywołuje.

Po każdym wyładowaniu pojemność i energia układu są inne niż przed wyładowaniem. Zmiana energii E po każdym wyładowaniu równa się:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta C U_p^2$$

gdzie zmiana pojemności $\Delta C = \frac{\Delta q}{U_p}$

zatem

$$\Delta E = \frac{1}{2} U_p \Delta q$$

Wartość energii rozproszonej w układzie w ciągu jednego okresu zmian napięcia, od której zależy intensywność degradacji badanego dielektryku, jest sumą bezwzględnych wartości zmian energii $|\Delta E|$ wywołanych wyładowaniami zachodzącymi w ciągu tego okresu.