

Dr inż. Romuald Włodek  
Instytut Maszyn i Sterowania  
Układów Elektroenergetycznych  
Akademia Górniczo-Hutnicza  
w Krakowie

## BADANIA NAD STATYSTYCZNYM CHARAKTEREM WYŁADOWAŃ NIEZUPEŁNYCH W IZOLACJI

### 1. Wprowadzenie.

Teoria wyładowań niezupełnych w ujęciu ilościowym przyjmuje pewne schematy zastępcze dielektryku, w których następują przemiany energetyczne, polegające na zmianie stanu ładunków elektrycznych w całym układzie. Wynikiem tych przemian są zewnętrzne impulsy, które można wykrywać w odpowiednim układzie detekcyjnym jako prądowe lub napięciowe.

Postęp badań w dziedzinie wyładowań niezupełnych wewnątrz izolacji odbywa się w dwóch kierunkach:

- 1/ ulega rozszerzeniu schemat zastępczy, umożliwiając dokładniejsze odwzorowanie warunków rzeczywistych w różnych układach izolacyjnych w przyjętym modelu zjawiska, oraz
- 2/ następuje stopniowe rozpoznawanie zjawisk fizycznych, towarzyszących wyładowaniom, w różnych materiałach lub ich zestawach.

Pierwszy kierunek badań daje stopniowo coraz bardziej dokładną analizę ilościową zjawiska, lecz niedostatkiem natury fizycznej jest przyjmowanie określonej stałej wartości ładunku pozornego pojedynczego impulsu, lub ładunku całkowitego w pewnym przedziale czasu / na przykład w półkresie prądu przemiennego/ jako miary intensywności wyładowania. Drugi kierunek badań pogłębia znajomość różnych form wyładowań, jakie mogą rozwijać się w izolacji, zależnie od jej rodza-

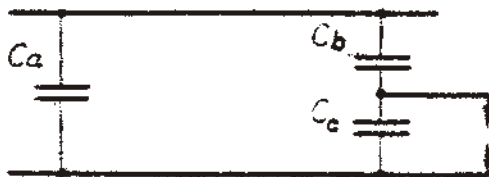
ju, miejsca wyładowań, materiału itp. Postęp w tej dziedzinie wymaga jednak również możliwie wyczerpującego ujęcia ilościowego zjawiska.

W niniejszym artykule przedstawiono próbę zanalizowania wyładowań niezupełnych, uwzględniając statystyczny ich charakter. Takie ujęcie w połączeniu z metodą badawczą powinno dać możliwość uzyskiwania większej ilości informacji o charakterze wyładowań i w ten sposób, dokładniejsze ich rozpoznawanie a prawdopodobnie również prognozę dalszego rozwoju. Łatwiejsza może być również droga do syntetycznego opisu zjawiska.

Analiza wyładowań w ujęciu statystycznym przeprowadzona zostanie przez stopniową rozbudowę najprostszego modelu, w którym opisuje się powstawanie impulsów napięciowych w wyniku wyładowań w jednym miejscu izolacji.

## 2. Wyładowania skupione w jednym miejscu.

Schemat zastępczy dielektryku z miejscem wyładowań przedstawiony jest na rys.1.



Rys.1. Schemat zastępczy dielektryku z wyładowaniami niezupełnymi

Ładunek pobrany, obserwowany w układzie, wynosi:

$$Q = \delta U \cdot C_b = / U_{co} - U_{cg} / \cdot C_b \quad /1/$$

gdzie:  $\delta U$  - impuls napięcia na wtrącinie  $C_b$

$U_{co}, U_{cg}$  - napięcia: początkowe i gaśnięcia wyładowań w  $C_b$

Oba napięcia:  $U_{co}$  i  $U_{cg}$  z powodu zależności od czynników zewnętrznych i wewnętrznych w układzie, z których każdy może ulegać w statystyczny sposób zmianom, nie są wielkościami stałymi, lecz są zmiennymi losowymi, tworzącymi określone rozkłady. Tak na przykład napięcie początkowe  $U_{co}$  zależy od procesów jonizacyjnych w dielektryku i ze względu na przypadkowy charakter przyczyny inicjującej ulega fluktuacjom, tworzącym zbiór statystyczny wartości  $U_{co}$  o pewnym rozkładzie.

Podobnie statystycznym wahaniom ulega napięcie gaśnięcia  $U_{cg}$ , którego wartość zależy m.in. od aktualnego stanu ładunków powierzchniowych w miejscu wyładowania. Częstość ładunków powierzchniowych wynika z szybkości ich neutralizacji oraz odprowadzania w materiale. Można zakładać, że zmiany każdego z obu napięć:  $U_{co}$  i  $U_{cg}$  tworzą rozkłady normalne o parametrach opisowych:  $\bar{U}_{co}$  i  $\bar{\sigma}_o$  oraz  $\bar{U}_{cg}$  i  $\bar{\sigma}_g$ , gdyż są rezultatem równoczesnego działania dużej liczby niezależnych czynników. Ładunek pozorny  $Q$ , według wzoru /1/, jest zatem funkcją dwu zmiennych losowych  $U_{co}$  i  $U_{cg}$  o rozkładach normalnych.

Rozkład napięcia początkowego  $U_{co}$  jest określony funkcją:

$$f/U_{co}/ = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \bar{\sigma}_o} \cdot e^{-\frac{U_{co} - \bar{U}_{co}}{2\bar{\sigma}_o^2}} \quad /2/$$

Rozkład napięcia gaśnięcia  $U_{cg}$  jest określony funkcją:

$$f/U_{cg}/ = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \bar{\sigma}_g} \cdot e^{-\frac{U_{cg} - \bar{U}_{cg}}{2\bar{\sigma}_g^2}} \quad /3/$$

Ładunek pozorny jako liniowa funkcja dwu zmiennych losowych jest ich kompozycją, która tworzy rozkład normalny:

$$f(Q) = f \left[ c_b / \bar{U}_{co} - \bar{U}_{cs} / \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_Q} \cdot e^{-\frac{(Q-\bar{Q})^2}{2\sigma_Q^2}} \quad /4/$$

o parametrach opisowych określonych w tym przypadku następująco:

$$\sigma_Q = c_b \sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_s^2} \quad /5/$$

$$\bar{Q} = c_b / \bar{U}_{co} - \bar{U}_{cs} /$$

Jeśli wielkość  $Q$  tworzy rozkład normalny, wówczas można przyjąć, że praktycznie cały zakres zmienności / 99,7 %/ ładunku pozornego mieści się w przedziale  $\langle \bar{Q} - 3\sigma_Q; \bar{Q} + 3\sigma_Q \rangle$ .

Zatem maksymalny ładunek  $Q_{max}$  może wynosić:

$$Q_{max} \cong \bar{Q} + 3\sigma_Q = c_b / \bar{U}_{co} - \bar{U}_{cs} / + 3 c_b \sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_s^2} \quad /6/$$

Minimalny ładunek  $Q_{min}$  może wynosić:

$$Q_{min} \cong \bar{Q} - 3\sigma_Q = c_b / \bar{U}_{co} - \bar{U}_{cs} / - 3 c_b \sqrt{\sigma_o^2 + \sigma_s^2} \quad /7/$$

Wartość przeciętna napięcia początkowego  $\bar{U}_{co}$  jest pewną częścią wartości maksymalnej napięcia w miejscu wyładowania  $U_{c \max}$ :

$$\bar{U}_{co} = a \cdot U_{c \max} \quad / a < 1/ \quad /8/$$

Stosunek wartości maksymalnej i minimalnej ładunków wynosi więc:

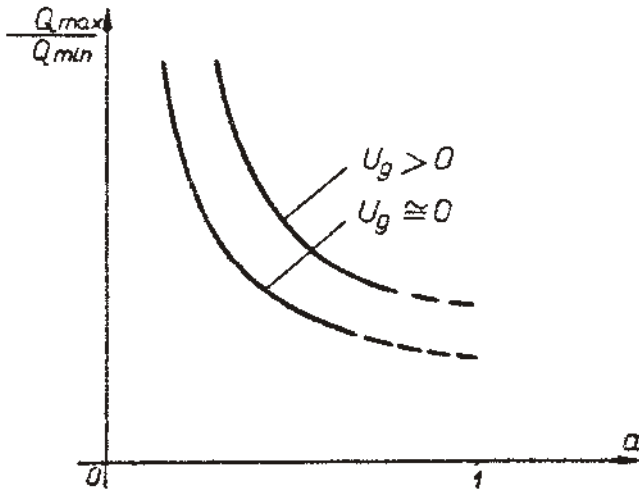
$$\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} = \frac{c_b \sqrt{\bar{U}_{co} - \bar{U}_{cg}} + 3c_b \sqrt{G_o^2 + G_g^2}}{c_b \sqrt{\bar{U}_{co} - \bar{U}_{cg}} - 3c_b \sqrt{G_o^2 + G_g^2}} =$$

$$= \frac{a \cdot U_{c \max} - \bar{U}_{cg} + 3 \sqrt{G_o^2 + G_g^2}}{a \cdot U_{c \max} - \bar{U}_{cg} - 3 \sqrt{G_o^2 + G_g^2}}$$

$$\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} = 1 + \frac{6 \cdot \sqrt{G_o^2 + G_g^2}}{a \cdot U_{c \max} - \bar{U}_{cg} - 3 \sqrt{G_o^2 + G_g^2}} \quad /9/$$

Na wykresie na rys.2. przedstawiona jest zależność stosunku  $\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}}$  od wartości  $a = \frac{\bar{U}_{co}}{U_{c \max}}$

przy różnych wartościach napięcia  $U_{cg}$



Rys.2. Zależność zakresu zmian ładunku pozornego od stosunku

$$a = \frac{\bar{U}_{co}}{U_{c \max}}$$

Znaczenie fizyczne /to znaczy  $\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} > 0$ / posiada w tej funkcji zakres argumentów a:  $a_0 < a < 1$ .

Wartość  $a_0$  wynosi:

$$a_0 = \frac{\bar{U}_{CG} + 3\sqrt{\bar{G}_0^2 + \bar{G}_E^2}}{U_{C \max}}$$

Maksymalną wartość zakresu zmian ładunków  $Q$  można ocenić na następującym przykładzie:

$$\bar{G}_0 \approx 0,2 \cdot \bar{U}_{CO}, \quad \bar{U}_{CG} \approx 0, \quad \bar{G}_E = 0$$

$$a \approx 1,2 \cdot a_0 = 1,2 \cdot \frac{3\sqrt{\bar{G}_0}}{U_{C \max}} = 0,72 \cdot \frac{\bar{U}_{CO}}{U_{C \max}}$$

$$\left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}}\right)_{\max} = 1 + \frac{6 \cdot 0,2 \cdot \bar{U}_{CO}}{0,72 \cdot \bar{U}_{CO} - 3 \cdot 0,2 \cdot \bar{U}_{CO}} = 11$$

Ładunki pozorne, obserwowane w grupie impulsów mogą się więc z przyczyn zmian statystycznych napięcia  $U_{CO}$  zmieniać w tym przykładzie w stosunku 1:11.

Jeśli weźmie się natomiast pod uwagę przypadek, gdy wyładowania odbywają się przy napięciu początkowym bliskim amplitudzie napięcia w miejscu wyładowania /  $U_{CO} \approx U_{C \max}$ ,  $a \approx 1$  /, wówczas minimalny zakres ładunków w tym przykładzie może wynosić:

$$\left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}}\right)_{\min} = 1 + \frac{6 \cdot 0,2 \cdot \bar{U}_{CO}}{\bar{U}_{CO} - 3 \cdot 0,2 \cdot \bar{U}_{CO}} = 3$$

Tak więc badając wyładowania przy napięciu nieznacznie wyższym od początkowego można oczekiwać w tym przypadku, przy założonym odchyleniu standardowym  $\bar{G}_0 = 0,2 \cdot \bar{U}_{CO}$ , rozprężeń wartości ładunków w stosunku 1:11.

Zmniejszenie się odchylenia standardowego napięcia  $U_{co}$  czyli zwężenie rozkładu jego wartości, powoduje wyraźne zmniejszenie zakresu ładunków przede wszystkim wówczas, gdy wyładowania występują w pobliżu amplitudy napięcia w danym miejscu, tj. gdy średnie napięcie początkowe jest bliskie tej amplitudy:  $\bar{U}_{co} \approx U_{c \max}$ ,  $a \approx 1$ .  
 Na przykład, jeśli  $\sigma_0 = 0,1 \cdot \bar{U}_{co}$ , wówczas:

$$\left( \frac{q_{\max}}{q_{\min}} \right)_{\min} = 1 + \frac{\sigma \cdot 0,1 \cdot \bar{U}_{co}}{\bar{U}_{co} - 3 \cdot 0,1 \cdot \bar{U}_{co}} = 1,86$$

Gdy natomiast napięcie na wtrącinie jest znacznie większe od napięcia początkowego /  $U_{c \max} > \bar{U}_{co}$ ,  $a < 1$  /, wówczas wartość odchylenia tego ostatniego nie ma istotnego wpływu na zakres ładunków pozornych.

### 3. Wyładowania w wielu miejscach w izolacji.

Założymy, że w izolacji znajduje się pewna liczba miejsc, w których istnieją warunki do wystąpienia wyładowań przy napięciu zasilającym przemiennym. Założmy dalej, że w każdym z nich działają wyładowania o jednakowym rodzaju pod względem zjawiska fizycznego. Rozkłady impulsów od poszczególnych źródeł wyładowań są więc tego samego typu, to znaczy rozkładami normalnymi, różniącymi się parametrami opisowymi  $\bar{q}$  i  $\sigma_q$ . Funkcja gęstości rozkładów ładunków w  $k$ -tym miejscu wyładowania ma więc postać:

$$f_k/q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_q} \cdot e^{-\frac{(q-\bar{q})^2}{2\sigma_q^2}} \quad /10/$$

W wyniku nierównoczesnego działania  $n$  źródeł wyładowań, z których żadne nie oddziałują bezpośrednio na inne, powstaje zbiór impulsów,

tworzących pewien rozkład. Jako wypadkowy rozkład jest on superpozycją  $k$  źródeł wyładowań, przyjmowanych z odpowiednimi wagami  $\epsilon_k$ , które określają jaki jest przeciętny udział liczby całkowitej wyładowań  $m_k$  z danego  $k$ -tego źródła, do całkowitej liczby wyładowań  $N$  wszystkich  $n$  źródeł, liczonych w tym samym przedziale czasu:

$$\epsilon_k = \frac{m_k}{N} \quad /11/$$

Gęstość wypadkowego rozkładu jest więc określona funkcją:

$$f/Q = \sum_{k=1}^{n-1} \epsilon_k f_k /Q + \left( 1 - \sum_{k=1}^{n-1} \epsilon_k \right) f_n /Q \quad /12/$$

Postać wypadkowego rozkładu impulsów, powstałego z  $n$  rozkładów normalnych, zależy przede wszystkim od udziałów  $\epsilon_k$  poszczególnych źródeł wyładowań.

Aby określić, jak udział czyli waga poszczególnych źródeł wpływa na wypadkowy rozkład, trzeba zbadać zależność udziału od ładunków tych wyładowań.

Na najprostszych modelu wyładowań /rys.1/ liczba wyładowań jednej biegunowości w okresie napięcia przemiennego wynosi w przybliżeniu:

$$n \approx 2 \cdot \frac{U_c \max - U_{cG}}{U_{c0} - U_{cG}} \approx 2 \cdot \frac{U_c \max}{U_{c0} - U_{cG}} =$$

$$n \approx 2 \cdot \frac{U_c \max}{Q} \cdot \frac{C_b}{C_a} \quad /13/$$

Pomiędzy wartościami napięć w miejscu wyładowań  $U_c$  i na całym układzie  $U_a$  istnieje związek:

$$U_c = U_a \cdot \frac{1}{1 + \frac{C_c}{C_b}}$$



Podstawiając tę zależność do /13/ otrzymuje się:

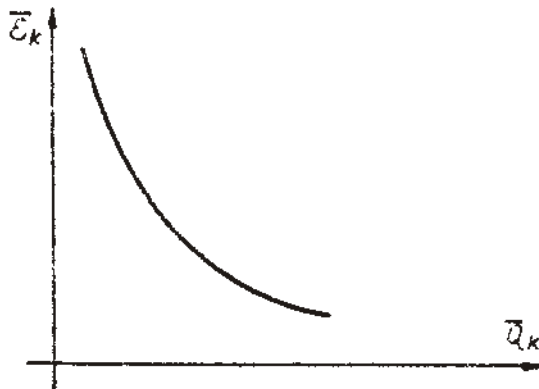
$$m = \frac{2 \cdot U_{a \max}}{C} \cdot \frac{C_b}{C_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{C_c}{C_b}} \quad /14/$$

Udział danego źródła wyładowania w całkowitej liczbie  $N$  impulsów wynosi więc:

$$\mathcal{E}_k = \frac{2 \cdot U_{a \max}}{2 \cdot N} \cdot \frac{C_b}{C_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{C_c}{C_b}} \quad /15/$$

Ładunek pojedynczego wyładowania podlega, jak już wykazano, zmianom, wobec czego również udział  $\mathcal{E}_k$  danego źródła wyładowania jest wielkością zmienną losowo i tworzy pewien rozkład. Można mówić więc o wartości średniej udziału  $\bar{\mathcal{E}}_k$  określonej za pomocą wartości średniej ładunku  $\bar{Q}_k$  danego źródła wyładowań.

Zależność  $\bar{\mathcal{E}}_k = f(\bar{Q}_k)$  jest przedstawiona na rys.3.



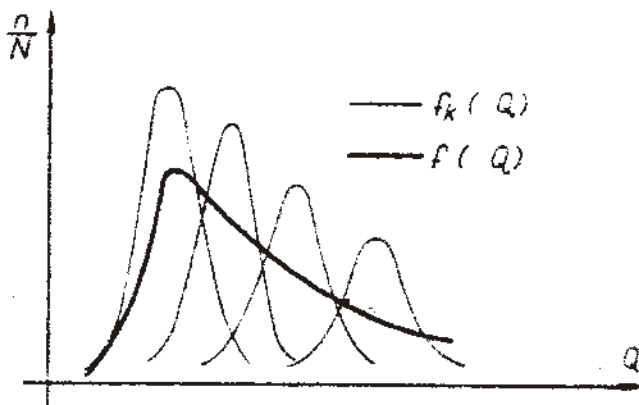
Rys.3. Zależność udziału wyładowania w całkowitej liczbie impulsów od ładunku przeciętnego.

Tak więc wypadkowy rozkład gęstości liczby impulsów według wzoru /12/ ma formę:

$$f(Q) = \sum_{k=1}^{n-1} \bar{E}_k / \bar{Q}_k \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{kQ}} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_k)^2}{2\sigma_{kQ}^2}} + \left[ 1 - \sum_{k=1}^{n-1} \bar{E}_k / \bar{Q}_k \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{nQ}} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_n)^2}{2\sigma_{nQ}^2}} \quad /16/$$

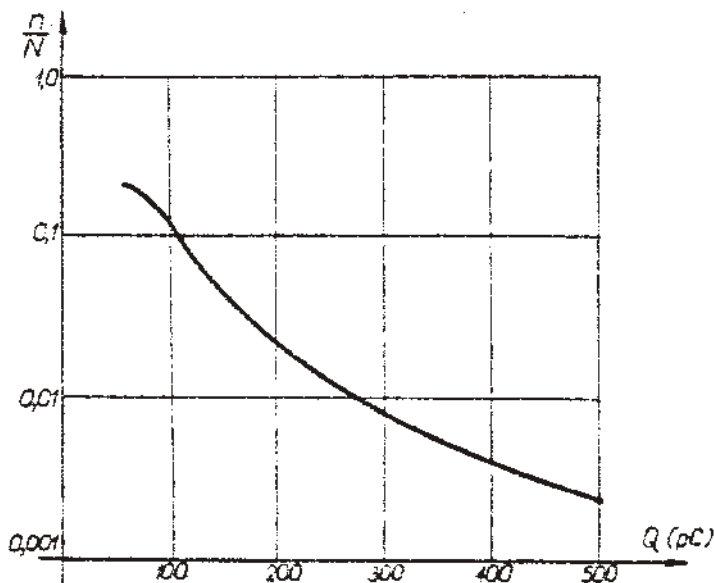
gdzie:  $\bar{E}_k / \bar{Q}_k$  jest określone wzorem /15/.

W związku z przebiegiem zależności  $\bar{E}_k / \bar{Q}_k$  można oczekiwać, że w wyniku występowania  $n$  miejsc wyładowań w izolacji rozkład wypadkowy ładunków nie będzie już rozkładem o postaci symetrycznej lecz wykaże przebieg niesymetryczny o określonym współczynniku asymetrii /rys.4/.



Rys.4. Rozkład wypadkowy wielu wyładowań.

Na rys.5. przedstawiony jest typowy przykład funkcji gęstości rozkładu ładunków dla izolacji kablowej, gdy wyładowania mają jednakowy charakter, nie prowadzący przy tym do jej przebicia.



Rys.5. Przykład funkcji gęstości rozkładu ładunków w izolacji kablowej

#### 4. Różne formy wyładowań

Zbadany zostanie obecnie przypadek, gdy w zbiorze wyładowań grupujących się wokół pewnych ładunków przeciętnych i tworzących rozkłady normalne, wyróżnia się jedno źródło dużej intensywności. Przez dużą intensywność rozumie się w tym przypadku duży ładunek przeciętny

i większą niż w pozostałych wyładowaniach o tym ładunku liczbę impulsów w jednostce czasu. Przyczyną może być występowanie wtrąciny o pojemności znacznie mniejszej od pozostałych, w której równocześnie napięcie początkowe jest większe. Duża intensywność tego szczególnego wyładowania uwidacznia się w odpowiednio zwiększonym udziale jego impulsów w całkowitym rozkładzie. W wypadkowym rozkładzie nastąpi zmiana kształtu i zmiana parametrów opisowych.

Jeśli wypadkowy rozkład impulsów pierwszej grupy n źródeł wyładowań przybliżony zostanie rozkładem typu wykładniczego:

$$f_1 / Q = \lambda e^{-\lambda Q} \quad /17/$$

zaś rozkład impulsów wyładowania o dużej intensywności - rozkładem typu normalnego:

$$f_2 / Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma Q_2} e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_2)^2}{2\sigma^2 Q_2}} \quad /18/$$

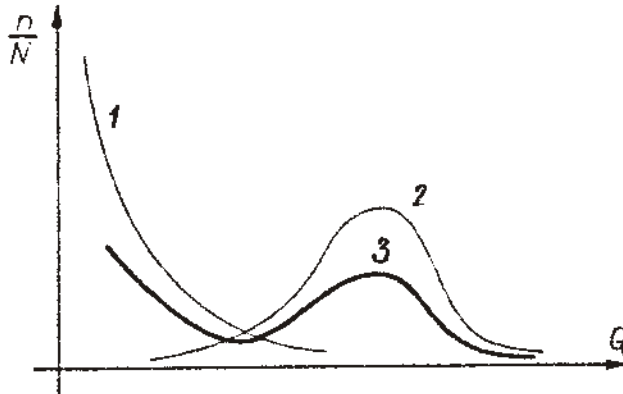
wówczas wynikiem superpozycji obu z udziałem wyładowań  $\bar{Q}_2$  wynoszącym  $\bar{\epsilon}_2$  będzie rozkład wypadkowy:

$$\begin{aligned} f / Q &= \bar{\epsilon}_2 f_2 / Q + (1 - \bar{\epsilon}_2) \cdot f_1 / Q = \\ &= \frac{\bar{\epsilon}_2}{\sqrt{2\pi} \sigma Q_2} \cdot e^{-\frac{(Q - \bar{Q}_2)^2}{2\sigma^2 Q_2}} + (1 - \bar{\epsilon}_2) \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda Q} \quad /19/ \end{aligned}$$

Na rys.6. przedstawiony jest przewidywany rezultat takiej superpozycji rozkładów.

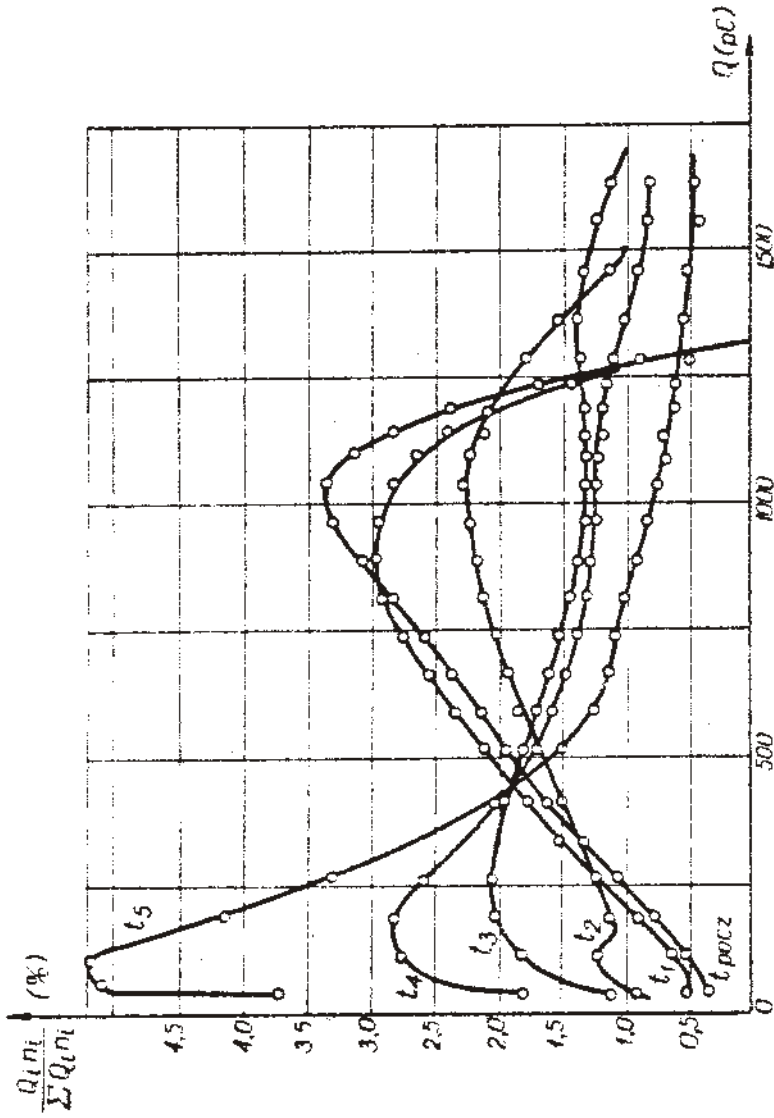
Do analizy form rozkładów nadają się również rozkłady przetworzone typu  $\frac{n_1 Q_1}{\sum n_1 \cdot Q_1}$ , otrzymywane przy określonych parametrach aparatury pomiarowej, według których następuje podział zakresu ładunków na prze-

działły klasowe o danej szerokości w pC. Na rys.7 przedstawione są przykłady krzywych rozkładu ładunków  $\frac{n_1 Q_1}{\sum n_1 Q_1}$  w izolacji kablowej, w której występowało źródło wyładowań, będące przyczyną postępującej degradacji zakończonej przebiciem po upływie około 14 godzin.



Rys.6. Superpozycja dwu rozkładów  
1,2 - rozkłady składowe, 3 - rozkład wypadkowy

Widoczne są zmiany kształtu rozkładów w miarę postępującego procesu rozwoju wyładowań. Przebieg zmian parametrów opisowych rozkładów w czasie jest opisany w pracy [5] .



Rys. 7. Przykład rozkładu ładunków  $\frac{n_i Q_i}{\sum n_i Q_i} = f(Q)$  w izolacji kablowej.  
 $t_1 = 30$  min,  $t_2 = 60$  min,  $t_3 = 210$  min,  $t_4 = 350$  min,  $t_5 = 610$  min  
 $t_{przebiecia} = 650$  min

### 5. Zakończenie.

Zastosowanie statystyki matematycznej do badania wyładowań niezupełnych może przyczynić się do dokładniejszego poznania tych zagadnień od strony fizycznej oraz dostarczy lepszej metody do rozpoznawania form wyładowań w konkretnych układach izolacyjnych. Zaletą metody analizy impulsów jest bowiem większa ilość dostarczanych informacji, dzięki temu, że podaje nie tylko wartość ładunku pojedynczego wyładowania lub jego wielkość scałkowaną w pewnym okresie czasu lecz również pozwala poznać strukturę grupy impulsów, tworzących się pod wpływem zespołu wyładowań w izolacji.

### Literatura

1. Böning W.-Luftgehalt und Luftspaltverteilung geschichteter Dielektrika. Archiv für Elektrotechnik 1963, nr.1.
2. Florkowska B. - Badania wyładowań częściowych w izolacji papierowo-olejowej kabli elektroenergetycznych metodą analizy impulsów napięciowych. Praca doktorska - AGH, 1968.
3. Wołodin B.G. i in. - Problemy rachunku prawdopodobieństwa. PWN Warszawa 1966.
4. Gercbach I.S.,Kordzoński Ch.B. - Modele niezawodnościowe obiektów technicznych. WNT, Warszawa 1968,
5. Palion L.,Włodek R. - Rozkłady impulsów i ich parametry opisowe jako metoda badania zmian różnych form wyładowań niezupełnych. Sympozjum "Wyładowania niezupełne jako czynnik destrukcji izolacji" Krościenko 1972. AGH-FIME.