

Adam Siwik\*

## WYBRANE UWARUNKOWANIA DLA WIARYGODNEJ ESTYMACJI PARAMETRÓW MODELI ŻYCIA UKŁADÓW IZOLACYJNYCH

**Streszczenie:** Dla zobrazowania niepewności wyznaczania modeli życia złożonych układów izolacyjnych poprzez estymację parametrów starzeniowych z niepełnej bazy danych oraz przy różnej ilości danych starzeniowych oznaczono przedziały ufności parametrów rozkładów Weibulla. W tym celu przedstawiono wybrane wyniki statystycznych analiz czasów do uszkodzenia kondensatorów poddanych ciepłno-napięciowemu starzeniu. Wykazano istotność wpływu rodzaju danych oraz metod estymacji na procedury wiarygodnego modelowania wieloczynnikowego starzenia układów izolacyjnych. Zawarto praktyczne wskazówki dla optymalizacji planu badań starzeniowych, m.in. poprzez alokację próbek.

**Słowa kluczowe:** dystrybuanta Weibulla, estymacja parametrów, dane niepełne

### 1. Wprowadzenie

Proces modelowania starzenia układów izolacyjnych oparty jest z reguły na analizie wyników przyspieszonych prób. Stały, jak i zmienny poziom narażeń w czasie starzenia badanych obiektów nawet przy ograniczonej wartości zastosowanych narażeń zawsze prowadzi do dyskusji o adekwatności uzyskanych modeli życia pod względem możliwości prognozowania zachowań obiektów przy narażeniach bliskich znamionowym. Z kolei, wobec czasowych i kosztowych nakładów związanych ze starzeniem urządzeń elektrycznych w warunkach quasi-znamionowych przyjmuje się, że zadowalające są i dopuszczalne pesymistyczne oceny zachowań obiektu, a takie wynikają właśnie z modeli uzyskanych z badań przyspieszonych. W wyniku wieloparametrycznej obserwacji obiektów w czasie starzenia uzyskuje się mniej lub bardziej

---

\* Akademia Górniczo-Hutnicza, Zakład Elektroenergetyki, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

odpowiednią bazę danych do analiz intensywności starzenia, ocen trwałości czy też dla wyznaczenia modeli życia obiektu.

Najczęściej monitoruje się czasy do uszkodzeń lecz okazuje się często, że w czasie przeznaczonym na badania nie zostanie uszkodzona badana próbka. W ten sposób powstaje niepełna baza danych, która wymaga odpowiednich metod dla analiz i estymacji parametrów odpowiednich rozkładów, czy też wyznaczania adekwatnych modeli życia [1, 2]. Dla potrzeb optymalizacji warunków badań przyspieszonego starzenia i w celu wiarygodnego statystycznie i fizykalnie szacowania parametrów starzeniowych modeli opracowano wiele alternatywnych planów badań [3, 4]. Wiele prac wskazuje na przyczyny niewłaściwego modelowania starzenia. Wyróżnia się tu przede wszystkim zbyt małą liczbę danych doświadczalnych, tj. niewielką liczbę starzonych elementów, niepełną bazę danych, małą ilość poziomów narażeń. Wiarygodność estymat parametrów starzeniowych modeli życia izolacji zależy także w istotnym stopniu od zastosowanych algorytmów estymacji [5, 6, 7]. Dla poprawy adekwatności modelowania starzenia układów izolacyjnych, szczególnie przy wieloczynnikowych narażeniach, proponuje się wykorzystanie możliwie szerokiej i różnorodnej bazy danych starzeniowych — czasów do uszkodzeń i/lub zmian cech jakościowych obiektów — i zastosowanie wielowymiarowych metod analiz danych tego typu [8].

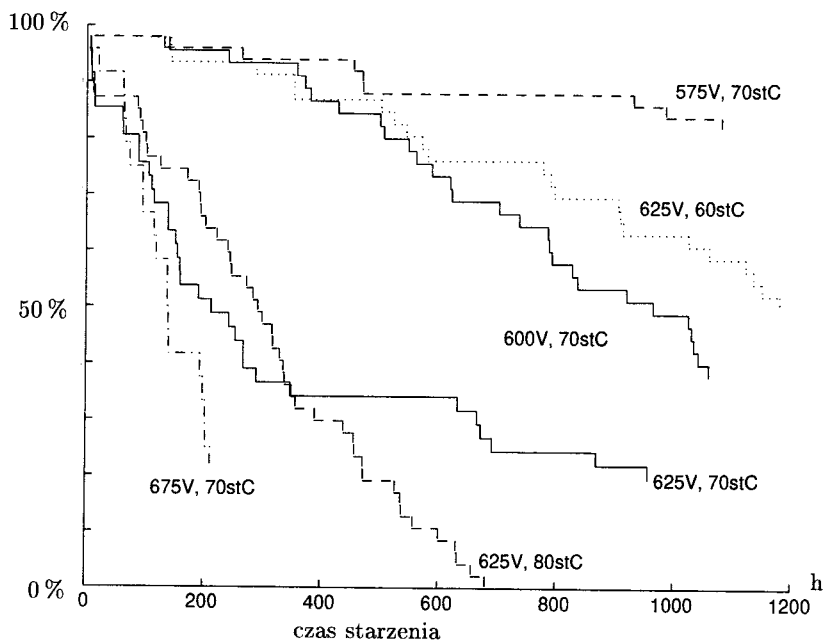
W monografii Nelsona [1] wyróżnia się i porównuje 3 rodzaje badań przyspieszonego starzenia: o optymalnych, tradycyjnych i kompromisowych warunkach. Badanie tradycyjne charakteryzują; ta sama rozpiętość narażeń - zwykle trzy poziomy — w poszczególnych testach oraz ta sama populacja badanych próbek w każdym z nich. Plany badań, optymalny i kompromisowy charakteryzują się zmienną ilością prób o różnej skali narażeń, lecz z alokacją próbek. W ww. pracy wykazano, że przy zapewnieniu tej samej dokładności prognoz czasu z modelu Arrheniusa — dla narażeń quasi-nominalnych — i przy założeniu dysponowania danymi pełnymi, tradycyjny tryb badań wymaga o około 25–50% więcej próbek niż plan kompromisowy. Optymalny plan badań zakłada przeprowadzenie 2 testów starzeniowych o 2 poziomach narażeń, z alokacją próbek, podczas gdy plan kompromisowy do 4 poziomów narażeń (minimum 3 próby), również z alokacją próbek.

Wykazano przy tym, że przy trójpoziomowych planach przyspieszonych badań starzeniowych właściwa jest alokacja próbek w testach, w proporcji 4 : 2 : 1, kolejno: od narażeń najsłabszych do najintensywniejszych [1, 3]. Proponowana alokacja próbek jest tym bardziej znacząca dla statystycznej wiarygodności danych i fizykalnej adekwatności modelowania starzenia im mniejsze jest prawdopodobieństwo uzyskania wyników pełnych w testach przyspieszonego starzenia. W planowaniu wielonarażeniowych prób starzenia układów izolacyjnych oraz w procedurach modelowania czasu życia powinna być uwzględniona synergia występujących narażeń [8].

Wpływ niektórych, wymienionych wyżej cech na adekwatność opisu zjawisk starzeniowych zostanie przedstawiona, na przykładzie analiz czasów do uszkodzeń metalizowanych kondensatorów poddanych starzeniu cieplno-napięciowemu, poprzez estymaty dwuparametrycznych rozkładów Weibulla. Estymaty właściwych dystrybuant stanowią pośrednią bazę danych dla estymacji parametrów modeli życia układów izolacyjnych.

## 2. Przykładowe wyniki badań i analiz

Kondensatory,  $8\mu\text{F}/500\text{V}$ , w liczności po 50 sztuk w próbce poddano oddziaływaniu napięć przemiennych 50 Hz (575, 600, 625 i 675 V) i temperatur (60, 70, 80°C) w czasie do ponad 1000 godzin i przy stałej w czasie prób wartości narażeń. W czasie testów rejestrowano między innymi czasy do uszkodzeń kondensatorów [8]. Histogram uszkodzeń kondensatorów przedstawiono na rysunku 1.



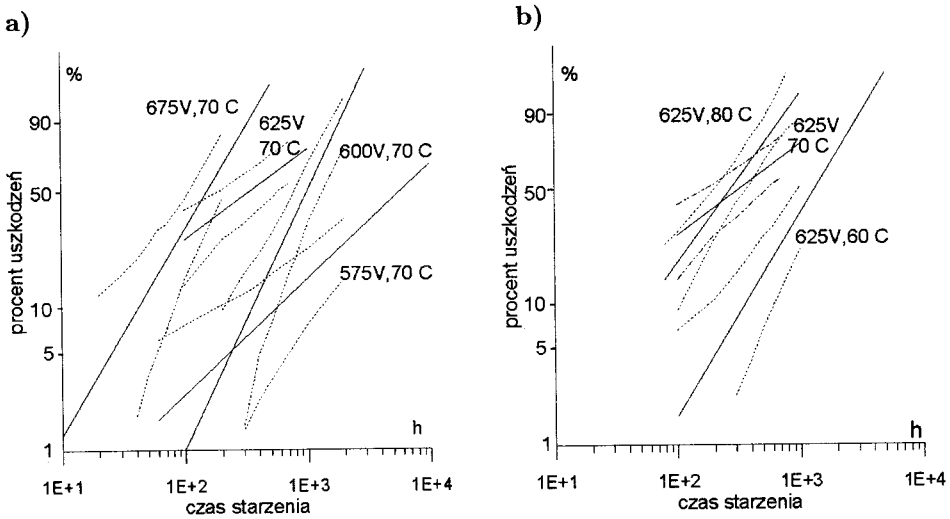
**Rys. 1.** Procentowe zmiany liczności — wskutek uszkodzeń zupełnych — kondensatorów w próbach przyspieszonego starzenia

Poprzez analizę czasów do uszkodzeń, przy poziomie istotności 0,05, zweryfikowano zgodność ww. danych z dwuparametrycznym rozkładem Weibulla i estymowano — metodą największej wiarygodności — wartości parametrów kształtu  $\beta$  i skali  $\theta$  wartości tych parametrów a także 95% przedziały ufności.

Wykresy estymowanych dystrybuant wraz z przedziałami ufności przedstawiono na rysunku 2.

Na podstawie ww. badań, dla wizualizacji opisanych wyżej uwarunkowań adekwatnego modelowania, przeprowadzono symulację dla oceny wpływu stopnia niepełności danych na wartości estymowanych parametrów rozkładu Weibulla jaka miałyby miejsce w czasie trwania próby starzeniowej, po zakończeniu badania jednak przed uszkodzeniem wszystkich próbek.

Wybrano test o warunkach narażeń odpowiednio: 625 V i 80°C dla którego dysponowano danymi pełnymi zebranymi w czasie 681 godzin jego trwania. Następnie, w odpowiednich odstępach czasu traktując dane jako niepełne — na poziomie istotno-

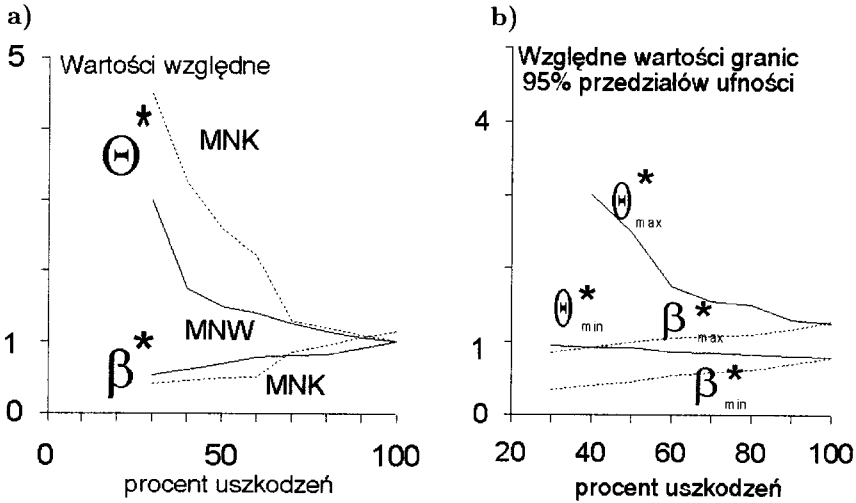


**Rys. 2.** Estymowane, dwuparametryczne dystrybuanty Weibulla wraz z 95% przedziałami ufności: a) dla tej samej temperatury 70°C, b) dla napięcia 625 V

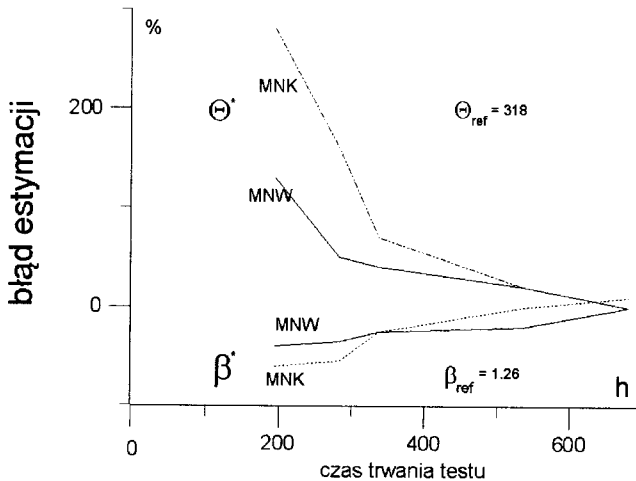
ści 0,05 — dokonano statystycznej i ilościowej analizy estymat parametrów rozkładu Weibulla oraz odniesiono je do estymatorów z danych pełnych. Wyniki tych estymacji dokonanych metodami największej wiarygodności (MNW) i najmniejszych kwadratów (MNK) przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

Najistotniejsze spostrzeżenia wynikające z analiz przedstawionych na rysunkach 3, 4 to:

- przy ok. 30% uszkodzeń próbki statystyczna weryfikacja zgodności danych z dystrybuantą Weibulla — na poziomie istotności 0,05 — dała wynik negatywny,
- metoda największej wiarygodności pozwala na bardziej adekwatne — względem wartości odniesienia którymi są estymaty dla próby o danych pełnych — szacowanie parametrów rozkładu Weibulla, niż metoda najmniejszych kwadratów — szczególnie przy dużym stopniu cenzurowania danych (małej procentowej ilości uszkodzeń),
- wyniki szacowania parametrów rozkładu Weibulla obydwiema metodami tj. MNW i MNK stają się niemal tożsame powyżej 70% uszkodzeń badanej populacji,
- w miarę wzrostu procentowej ilości uszkodzeń zmniejsza się istotnie wartość wariancji estymat, co wywołuje zmniejszenie rozstępu granic 95% przedziałów ufności estymowanych parametrów,
- dla badanych kondensatorów parametr kształtu  $\beta$  w szerokim przedziale cenzurowania danych jest niedoszacowany (względna wartość poniżej jedności) podczas gdy parametr skali kalkulowany jest raczej z nadwyżką (nawet 300%); co oznacza, że przy modelowaniu czasu życia w czasie trwania testu uzyskuje się niedoszacowanie intensywności procesów degradacyjnych i zbyt optymistyczną wartość trwałości, której miarą jest tu parametr skali  $\theta$ ,



**Rys. 3.** Względne wartości estymowanych parametrów: a) kształtu  $\beta$  i skali  $\theta$  wyznaczonych metodami MNW i MNK (w odniesieniu do estymatorów parametrów rozkładu Weibulla metodą największej wiarygodności — MNW — dla danych pełnych — 47 sztuk, gdzie odpowiednio:  $\beta_{ref} = 1,26$  i  $\theta_{ref} = 318$ ) oraz b) 95% przedziałów ufności metodą MNW — gdy:  $\beta_{max_{ref}} = 1,62$ ,  $\beta_{min_{ref}} = 0,99$ ,  $\theta_{max_{ref}} = 402$ ,  $\theta_{min_{ref}} = 251$  przy różnej ilości uszkodzeń w teście starzeniowym kondensatorów



**Rys. 4.** Procentowe błędy estymacji parametrów rozkładu Weibulla metodami największej wiarygodności — MNW i najmniejszej sumy kwadratów — MNK w odniesieniu do wartości obliczonych dla danych pełnych metodą MNW, w czasie trwania testu przyspieszonego starzenia kondensatorów, w warunkach 625 V/80 °C

- błędy estymacji parametrów rozkładu Weibulla w czasie trwania prób starzeniowych mogą w sposób znaczący — przy małej ilości uszkodzeń — doprowadzić do zbyt optymistycznych ocen zachowania się obiektu,
- wartość względnego błędu w estymacji trwałości obiektu rośnie w miarę zmniejszania poziomu niezawodności przy którym trwałość jest wyznaczana.

Wsparcie sygnalizowanych tu spostrzeżeń — o tyle istotne, że nie dotyczy kondensatorów znaleźć można także w innych pracach, np. [1, 5].

### 3. Podsumowanie

1. Aktualnie, brak jest w literaturze przedmiotu propozycji globalnego wskaźnika — o ile można w ogóle sugerować celowość jego wprowadzania — dla optymalizacji warunków wielonarażeniowych przyspieszonych badań starzeniowych urządzeń elektrycznych, ani też odpowiednio ważonej wieloparametrycznej funkcji celu, która musiałaby być kompromisem pomiędzy np. kosztem badań a wielkością przedziałów ufności (minimum wariancji) estymowanych parametrów w modelu życia.
2. Procedurę planowania eksperymentów starzenia w celu modelowania czasu życia powinna poprzedzić wstępna próba starzenia, przy czym dotychczasowy stan wiedzy i doświadczeń o zachowaniu się materiałów i urządzeń elektrycznych (w tym wartości energii aktywacji) umożliwi wybór narażeń o przeciętnej skali intensywności degradacji. W badaniach wielonarażeniowych degradacja badanych obiektów może zostać znacząco i nieprzewidywalnie przyspieszona z powodu nieuwzględnienia, bądź nieznaomości, interakcyjnego wpływu narażeń.
3. Ostateczny wybór kryterium wobec którego będą optymalizowane warunki badań przyspieszonego starzenia, zależeć będzie przede wszystkim od przeznaczenia wyników badań, od kompromisu między czasem i kosztem badań. Wydaje się, że zasadniczym kryterium winna być minimalizacja wariancji estymowanych parametrów wyznaczonego modelu życia w zakresie narażeń zbliżonych do rzeczywistych. Prognozowanie zachowań obiektu badań w zakresie jego eksploatacyjnych narażeń, a więc i fizykalna adekwatność modelu życia jest zasadniczym celem badań tego typu, pomijając te grupy badań, w których zachodzi potrzeba sprawdzenia zachowań w warunkach ekstremalnych.
4. Wyniki doświadczeń na wielu typach starzonych obiektów skłaniają do wytypowania następujących podstawowych zasad dla doboru warunków badań starzeniowych:
  - wartości narażeń w próbach powinny być jak najniższe,
  - badane populacje możliwie liczne (co najmniej 25–30 sztuk),
  - preferowane dane: pełne,
  - preferowane testy: o stałym narażeniu w czasie,
  - badane próbki — konstrukcyjnie, gabarytowo; technologicznie — najbliższe modelowanemu obiektowi, gdyż w innym przypadku powstanie m.in. problem zastosowania odpowiedniej skalującej model życia miary — poprzez współczynnik skali.

5. Wielopoziomowe próby przyspieszonego starzenia dla celów modelowania czasu życia układów izolacyjnych winny przewidywać alokację próbek w poszczególnych testach, przy czym podział próbek w badaniach trójpoziomowych w proporcji zbliżonej do  $4/7 : 2/7 : 1/7$  dla narażeń najsłabszych, średnich i intensywnych jest najbardziej efektywny dla uzyskania adekwatnych modeli życia. Wskazany podział próbek jest optymalny także z punktu widzenia kosztów przeprowadzanych prób starzeniowych. Należy przyjąć, że przy analizach uszkodzeń zupełnych starzonych próbek, np. poprzez dystrybuantę Weibulla, wskazana jest znajomość co najmniej 60% zachowań badanej populacji. Dla adekwatnego modelowania starzenia w zasadzie nie przydatne są analizy zdarzeń o licznosciach rzędu 5-6.
6. Skala wyżej wymienionych zjawisk tym bardziej będzie znacząca dla efektywności badań i adekwatności uzyskanych rezultatów modelowania gdy wyznaczany będzie wielonarażeniowy model życia urządzeń elektrycznych. W czasie badań starzeniowych należy prowadzić — w nie niszczący i niezakłócający warunków prób — możliwie szeroki monitoring zmian różnorodnych właściwości badanych próbek, by uzyskać jak najszerszą bazę danych starzeniowych. Użycie odpowiednich, matematycznych procedur dla wielowymiarowej analizy takiej bazy danych znacząco poprawi wiarygodność estymowanych wielkości i zależności.

## Literatura

- [1] Nelson W.: *Accelerated Testing. Statistical Models, Test Plans and Data Analyses*. New York, J. Wiley & Sons, 1991
- [2] Lawless J. F.: *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, J. Wiley & Sons, New York, 1982
- [3] Meeker W. Q., Hahn G. J.: *How to Plan an Accelerated Life Tests. ASQC Basic References in Quality Control. Statistical Techniques*, Vol. 10, USA, 1985
- [4] Cacciari M., Montanari G.: *Optimum Design of Life Tests for Insulating Materials, Systems and Components*. IEEE Trans.on EI, vol. 26, no. 6, pp. 1112-1123, 1991
- [5] Gibbons D., Vance L.: *A Simulation Study of Estimators for the 2-parameter Weibull Distribution*. IEEE Trans. on Reliab., vol. 30, no. 1, pp. 61-66, 1981
- [6] Siwik A.: *Accuracy of the Ageing Parameters Estimation During Double-stress Tests of Metallized Capacitors*. Proceed. of ICPADM, Brisbane, paper 7209, 1994
- [7] Siwik A.: *Inaccuracy of the 2-parameter Weibull distribution estimation for censored ageing data of capacitors*. CIGRE report, WG 15-05/96-05, Paris, 1996
- [8] Siwik A.: *Wielokryterialne metodyki wyznaczania wielonarażeniowych modeli życia układów izolacyjnych*. Rozprawy i Monografie, AGH, 1997

### SELECTED CONDITIONS FOR LIKELIHOOD ESTIMATION OF LIFE MODELS PARAMETERS OF INSULATION SYSTEMS

For illustrating of inaccuracy of life models of insulation systems calculated from censored and small quantity data, the confidence intervals of Weibull parameters were estimated and checked. Statistical analyses of the failure times of capacitors aged under voltage/thermal stress are presented for that purpose. The adequacy of

the life models of insulation systems determined from accelerated tests depends significantly on number of stress levels, ageing data population and kind of estimation algorithms. Some practical guidelines for planning of experiments and performing ageing tests, like allocation details, are proposed.

Praca sponsorowana w ramach umowy na badania własne AGH  
nr 10.120.398