

Jerzy Bajorek<sup>1</sup>

## MODELOWANIE MATEMATYCZNE PRZEPIĘĆ INDUKOWANYCH WYŁADOWANIAM I ATMOSFERYCZNYMI

**Streszczenie:** W pracy omówiono trzy charakterystyczne modele do wyznaczania napięć indukowanych wyładowaniami atmosferycznymi na liniach napowietrznych, przewodach podziemnych i kablach: model propagacji prądu w kanale wyładowania piorunowego, model propagacji pola elektromagnetycznego nad rzeczywistą ziemią o skończonej konduktywności oraz model sprzężenia elektromagnetycznego pola padającego z liniami transmisyjnymi, przewodami podziemnymi i kablami.

**Słowa kluczowe:** wyładowania atmosferyczne, przepięcia indukowane, modelowanie i symulacja

### 1. Wstęp

Problemy kompatybilności elektromagnetycznej są obecnie jednym z podstawowych zagadnień, które należy rozwiązać na etapie projektowania urządzeń elektrycznych i elektronicznych, ponieważ z jednej strony urządzenia nie mogą być zbyt intensywnymi źródłami zaburzeń elektromagnetycznych dla otaczającego je środowiska, a z drugiej strony nie mogą być zbyt czułymi detektorami zaburzeń emitowanych przez inne urządzenia [1 - 4]. Zalecane w normie PN-EN 61000-4-4 z 1999 r. [5] badania laboratoryjne odporności urządzeń na serie szybkich elektrycznych stanów przejściowych, to znaczy badania serią nanosekundowych impulsów zakłócających, a także zalecane w normie PN-EN 61000-4-5 z 1998 r. [6] badania urządzeń impulsami dużej energii: napięciowym 1,2/50  $\mu$ s czy prądowym 8/20  $\mu$ s stawiają coraz ostrzejsze wymagania także przed metodami modelowania matematycznego urządzeń oraz metodami symulacji komputerowych stanów zakłóceń urządzeń. Przyjęcie w symulacjach komputerowych wymuszeń w postaci impulsów tak stromych jak impuls 1,2/50  $\mu$ s, wymaga zweryfikowania wielu dotychczas stosowanych modeli matematycznych źródeł zakłóceń, jakim jest na przykład kanał wyładowania atmosferycznego, modeli propagacji impulsów elektromagnetycznych w powietrzu i w ziemi oraz modeli urządzeń w wysokoczęstotliwościowym zakresie ich charakterystyk [7, 8].

<sup>1</sup> Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

Prowadzone współcześnie prace, to przede wszystkim coraz bardziej szczegółowe modelowanie matematyczne i symulowanie na komputerach: zjawisk fizycznych zachodzących w kanale wyładowania atmosferycznego, propagacji impulsowego pola elektromagnetycznego generowanego przez prąd pioruna, oddziaływania pola elektromagnetycznego na urządzenia elektryczne i elektroniczne. Wymienione trzy zagadnienia stanowią trzy etapy analizy zakłóceń wywołanych polem elektromagnetycznym wyładowań atmosferycznych.

## 2. Modelowanie wyładowania atmosferycznego

Fizyka zjawiska wyładowania atmosferycznego jest tak złożona, że wykorzystywane w praktyce inżynierskiej ochrony odgromowej modele matematyczne prądu wyładowania są typowymi modelami fenomenologicznymi – uogólnieniem wyników pomiarów dla zarejestrowanych wyładowań. Na przestrzeni ostatnich kilkadziesiąt lat modele te są ciągle doskonalone. Analiza porównawcza kształtów i modeli propagacji udaru prądowego w kanale wyładowania atmosferycznego wskazuje na Modified Transmission Line Model [9] jako najlepiej odwzorowujący wyładowanie i najbardziej przydatny w symulacjach komputerowych zakłóceń elektromagnetycznych od wyładowań atmosferycznych [7, 10, 11]. Dla prądu u podstawy kanału wyładowania przyjmuje się w tym modelu zależność w postaci sumy dwóch składników będących kombinacją funkcji  $t^2$  i wykładniczego zanikania w czasie.

Wzdłuż kanału prąd wyładowania atmosferycznego przemieszcza się do góry jako tłumiona fala wędrowna. Jeżeli zostanie przyjęte założenie, że w ziemi prąd przewodzenia jest większy od prądu przesunięcia dielektrycznego ( $\sigma_g \gg \omega \epsilon_g$ ), to w pełnym modelu wyładowania równocześnie z falą nad powierzchnią ziemi, przemieszcza się pod powierzchnią ziemi w dół odbicie zwierciadlane w powierzchni ziemi. W przypadku granicznym  $\sigma_g \rightarrow \infty$  odbicie zwierciadlane ma dokładnie taką samą postać jako fala nad ziemią i dla  $z \in (-\infty, \infty)$  można prąd wyładowania zapisać zależnością

$$i(z, t) = i\left(0, t - \frac{|z|}{v}\right) \exp(-\alpha|z|) \quad (1)$$

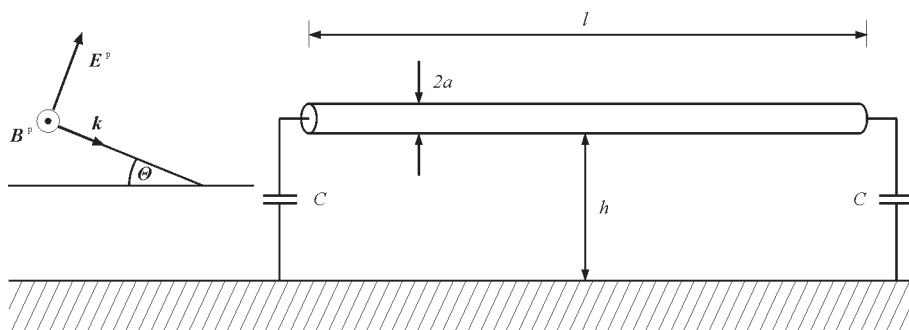
przy czym  $v$  jest prędkością fali w kanale, a  $\alpha$  jest współczynnikiem tłumienia fali.

## 3. Linia transmisyjna nad stratną ziemią

Odosobniony przewód nad ziemią, która odgrywa rolę przewodu powrotnego, jest podstawowym przypadkiem linii transmisyjnej w badaniach oddziaływania pola elektromagnetycznego z liniami. Dla pola elektromagnetycznego pobudzającego taką linię napowietrzną istnieją podstawowe modele z bezstratnymi przewodami i doskonale przewodzącą ziemią [7, 12, 13]. W przypadku pola padającej fali płaskiej, pobudzającej linię, doskonale przewodząca ziemia odbija padające pole i wytwarza pole wzbudzające na linii. Na rys. 1 przedstawiono schematycznie typowe pobudzenie linii nadbiegającą falą płaską. Na końcach linii zaznaczono pojemności doziemne urządzeń podłączonych do linii.

W opisie własności linii nad stratną ziemią najczęściej wprowadza się podłużną impedancję jednostkową  $Z'$  i poprzeczną admitancję jednostkową  $Y'$ , z których wyznacza się współczynnik przenoszenia oraz impedancję falową [1, 7, 8]

$$\gamma = \sqrt{Z'Y'} \quad Z_c = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} \quad (2)$$



**Rys. 1.** Linia nad ziemią, pobudzona falą płaską

Podstawy modelowania matematycznego takiego przewodu przyjmuje się najczęściej za E.D. Sunde [14]. Dla podłużnej impedancji jednostkowej przyjmuje się postać sumy reaktancji związanej z jednostkową indukcyjnością bezstratnego przewodu o promieniu  $a$ , umieszczonego na wysokości  $h$  nad bezstratnym gruntem oraz jednostkowej impedancji ziemnowrotnej, dla której zadowalającym przybliżeniem jest uproszczone wyrażenie [1]

$$Z'_g = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1+\gamma_g h}{\gamma_g h} \quad (3)$$

przy czym  $\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_g + j\omega\epsilon_r\epsilon_0)}$  jest współczynnikiem przenoszenia gruntu,  $\mu_0$  jest przenikalnością magnetyczną próżni,  $\epsilon_0$  jest przenikalnością elektryczną próżni,  $\epsilon_r$  jest względną przenikalnością elektryczną gruntu, a  $\sigma_g$  jest konduktywnością gruntu.

Dla jednostkowej admitancji układu przewód – ziemia przyjmuje się szeregowe połączenie pojemności jednostkowej bezstratnego przewodu nad bezstratnym gruntem oraz admitancji jednostkowej gruntu  $Y'_g$  wyznaczonej z zależności E.F. Vance [15]

$$Z'_g Y'_g \approx \gamma_g^2 = j\omega\mu_0(\sigma_g + j\omega\epsilon_r\epsilon_0) \quad (4)$$

#### 4. Model BLT oddziaływania pola zewnętrznego na linię

Równanie linii transmisyjnej w zewnętrznym polu elektromagnetycznym ma w dziedzinie częstotliwości postać [1]

$$\frac{d}{d_x} \begin{bmatrix} U^r(x, \omega) \\ I(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z(\omega) \\ Y(\omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^r(x, \omega) \\ I(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^w(x, h, \omega) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie podłużna impedancja jednostkowa i poprzeczna admitancja jednostkowa są określone jak w punkcie 3,  $E_x^w(x, h, \omega)$  jest składową osiową natężenia zewnętrznego pola elektrycznego  $E(x, z, \omega)$  na wysokości przewodu linii, natomiast  $U^r(x, \omega)$  jest charakterystyką częstotliwościową napięcia od pola rozproszonego z warunkami brzegowymi na końcach linii

$$U^r(0, \omega) = -Z_1(\omega)I(0, \omega) + \int_0^h E_z^w(0, z, \omega) dz = -Z_1(\omega)I(0, \omega) - U_1(\omega) \quad (6)$$

$$U^r(l, \omega) = Z_2(\omega)I(l, \omega) + \int_0^h E_z^w(l, z, \omega) dz = Z_2(\omega)I(l, \omega) - U_2(\omega) \quad (7)$$

Rozwiązanie równań linii na jej końcach może być sprowadzone do postaci Baum-Liu-Tesche (BLT) [1, 16]. Dla napięć indukowanych otrzymuje się wyrażenie

$$\begin{bmatrix} U(0, \omega) \\ U(l, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \rho_1(\omega) & 0 \\ 0 & 1 + \rho_2(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\rho_1(\omega) \exp[\gamma(\omega)l] \\ \exp[\gamma(\omega)l] - \rho_2(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_1(\omega) \\ S_2(\omega) \end{bmatrix} \quad (8)$$

natomiast dla prądów indukowanych otrzymuje się wyrażenie

$$\begin{bmatrix} I(0, \omega) \\ I(l, \omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_c(\omega)} \begin{bmatrix} 1 - \rho_1(\omega) & 0 \\ 0 & 1 - \rho_2(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\rho_1(\omega) \exp[\gamma(\omega)l] \\ \exp[\gamma(\omega)l] - \rho_2(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_1(\omega) \\ S_2(\omega) \end{bmatrix} \quad (9)$$

przy czym dla zadanej impedancji obciążenia na każdym końcu linii określony jest współczynnik odbicia

$$\rho_i(\omega) = \frac{Z_i(\omega) - Z_c(\omega)}{Z_i(\omega) + Z_c(\omega)}, \quad i=1,2 \quad (10)$$

a wektor źródłowy dany jest wyrażeniem

$$\begin{bmatrix} S_1(\omega) \\ S_2(\omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \int_0^l \exp[\gamma(\omega)l] E_x^w(x, h, \omega) dx + U_1(\omega) - U_2(\omega) \exp[\gamma(\omega)l] \\ - \int_0^l \exp[\gamma(\omega)l] E_x^w(x, h, \omega) dx - U_1(\omega) \exp[\gamma(\omega)l] + U_2(\omega) \end{bmatrix} \quad (11)$$

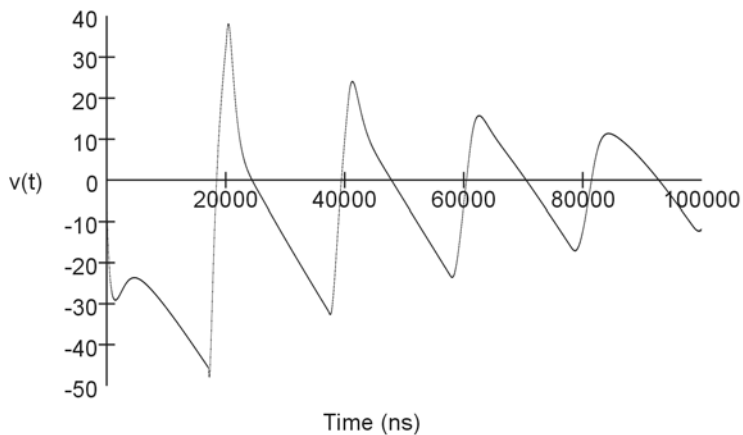
Przykładowo, dla linii jak na rys. 1 o długości  $l=3000$  m i promieniu przewodu  $a=10$  mm, umieszczonej na wysokości  $h=10$  m nad powierzchnią stratnej ziemi ( $\sigma = 0,01$  S / m,  $\epsilon_r = 10$ ), bez obciążenia na końcach linii, przyjęto wymuszenie polem pionowo spolaryzowanej fali płaskiej, padającej pod kątem wzniesienia  $\theta = \pi / 4$  i zerowym kątem azymutowym. Dla fali pierwotnej pola elektrycznego przyjęto przebieg 1,2/50  $\mu$ s aproksymowany funkcją dwuwykładniczą [17]

$$E(t) = 1,033 \cdot E_{\max} \{ \exp(-1,46 \cdot 10^4 t) - \exp(-2,83 \cdot 10^6 t) \} \quad (12)$$

Wyniki symulacji otrzymane z programu NULINE [18] dla przebiegu napięcia na początku linii przedstawiono na rys. 2. W symulacji przyjęto  $E_{\max} = 1kV / m$ .

## 5. Podsumowanie

Analiza charakterystyk częstotliwościowych zakłóceń elektromagnetycznych wywołanych w układach elektrycznych wyładowaniami elektromagnetycznymi pokazuje, że symulacje komputerowe odpowiedzi układów na te zaburzenia elektromagnetyczne wymagają znajomości charakterystyk częstotliwościowych analizowanych układów w zakre-



Rys. 2. Przebieg napięcia na początku linii

się do setek kHz, a w dokładniejszych analizach do MHz. Dotyczy to również przewodów podziemnych i kabli [19]. W tym sensie omówiony model propagacji prądu w kanale wyładowania piorunowego, model propagacji pola elektromagnetycznego nad rzeczywistą ziemią o skończonej konduktywności oraz model sprzężenia elektromagnetycznego pola padającego z linią transmisyjną ilustrują aktualnie wykorzystywane modele matematyczne impulsów i elementów układów. Rozbudowane modele matematyczne i zaawansowane metody numeryczne stają się standardem w symulacjach komputerowych szybkozmiennych zaburzeń elektromagnetycznych i wywołanych nimi zakłóceń rozumianych jako obniżenie jakości działania urządzenia elektrycznego, kanału transmisyjnego telekomunikacji lub systemu komputerowego.

## Literatura

- [1] **Tesche F.M., Ianoz M.V., Karlsson T.:** *EMC Analysis Methods and Computational Models*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1997.
- [2] **Paul C.R.:** *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1992.

- [3] PN-T-01030:1996. *Kompatybilność elektromagnetyczna. Terminologia.*
- [4] PN-T-01030:1996/A1:1999. *Kompatybilność elektromagnetyczna. Terminologia. Zmiana A1.*
- [5] PN-EN 61000-4-4: 1999. *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC). Metody badań i pomiarów. Badanie odporności na serie szybkich elektrycznych stanów przejściowych. Podstawowa publikacja EMC.*
- [6] PN-EN 61000-4-5: 1998. *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC). Metody badań i pomiarów. Badanie odporności na udary.*
- [7] **Masłowski G.:** *Analiza przepięć indukowanych w napowietrznych liniach elektroenergetycznych wywołanych wyladowaniami atmosferycznymi.* Praca doktorska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej. Kraków 1999.
- [8] **Ziamba R.:** *Modelowanie matematyczne przewodów podziemnych przy szybkozmiennych impulsach.* Praca doktorska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej. Kraków 1999.
- [9] **Nucci C.A. et al.:** *Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines.* IEEE Trans. on EMC, 35 (1993), str. 75-85.
- [10] **Bajorek J., Masłowski G.:** *Mathematical models of electromagnetic field of lightning.* XXII International Conference SPETO, Gliwice-Ustroń 1999, pp. 97-100.
- [11] **Bajorek J., Ziamba R.:** *Oddziaływanie pola elektromagnetycznego wyladowania atmosferycznego na obwody podziemne.* Materiały III Krajowej Konferencji Naukowo-Technicznej „Urządzenia piorunochronne w projektowaniu i budowie”, Kraków 2000, str. 91-98.
- [12] **Bajorek J., Włodek R.:** *Modelowanie matematyczne linii elektroenergetycznych w warunkach przepięć indukowanych.* III Międzynarodowe Sympozjum „Metody Matematyczne w Elektroenergetyce“, Zakopane 1993, T. 1, str. 69-74.
- [13] **Bajorek J., Masłowski G.:** *Porównanie efektywności wybranych algorytmów analizy indukowanych napięć i prądów w wieloprzewodowych liniach transmisyjnych.* „XVIII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów”, Gliwice-Ustroń 1995, str. 291-296.
- [14] **Sunde E.D.:** *Earth Conduction Effects in Transmission Systems.* Van Nostrand, New York 1949.
- [15] **Vance E.F.:** *Coupling to Shielded Cables.* R.E.Krieger, Melbourne, FL, 1988.
- [16] **Tesche F.M., Liu T.K.:** Application of multiconductor transmission lines network analysis to internal interaction problems. *Electromagnetics*, Vol. 6, No.1, 1986, pp. 1-20.
- [17] **Bajorek J.:** *Podstawowe problemy i normy z zakresu zakłóceń elektromagnetycznych.* Seminarium techniczne „Ochrona sieci teleinformatycznych przed zakłóceniami elektromagnetycznymi”, Rzeszów 2001, str. A1-A22.
- [18] Electromagnetic Consulting Service.
- [19] **Bajorek J.:** *Mathematical model of buried cable in external electromagnetic field.* XXIII International Conference SPETO, Gliwice-Ustroń 2000, pp. 101-104.

## MATHEMATICAL MODELING OF OVERVOLTAGES INDUCED BY LIGHTNING

Three specific models are described to evaluate lightning-induced voltages and currents on overhead lines, buried conductors and cables: a model for the current propagation in the lightning channel, a model for the electromagnetic field propagation over a real soil with finite conductivity and a model of coupling between the incident field and transmission lines, buried conductors and cables.