



Romuald KOSZTALUK, Jacek WAŃKOWICZ

Instytut Energetyki

Analiza właściwości uzemień Część I. Metoda powierzchni elipsoidalnych

Streszczenie. Przedstawiono zasady analizy uzemień metodą wyznaczania potencjału powierzchni elipsoid, reprezentujących uziom odprowadzający prąd do otaczającego gruntu. Wyznaczono zależności do oceny rezystancji uzimienia typowych uziomów pionowych i poziomych oraz prostych układów tych uziomów. Dokonano analiz wzajemnych oddziaływań ww. uziomów i wyznaczono stosowne zależności funkcjonalne.

Abstract. (Analysis of grounding properties. Part I. Ellipsoidal surfaces method). Principles of grounding electrodes analyses by means of determining the potential of ellipsoidal surfaces are presented. Formulas determining grounding resistance of typical vertical and horizontal grounding electrodes and their connected arrangements are given. Reciprocal effect of grounding electrodes, conducting earth current is discussed.

Słowa kluczowe: uzimienie, przewodnictwo gruntu, rozkład potencjału, uziom elipsoidalny.

Keywords: grounding, soil conductivity, potential distribution, ellipsoidal grounding electrode.

Wstęp

Właściwości i rozmaite charakterystyki uzemień opisuje się i wyznacza na podstawie analizy pola elektrycznego w gruncie, wywołanego prądem uziomowym [1]-[8]. Prąd ten jest emitowany do otaczającego środowiska przewodzącego przez uziom lub uziomy i powoduje wzrost potencjału elementów uzemień. Szczegółowe analizy pola elektrycznego w gruncie pozwalają ocenić podstawowe parametry uzemień, takie jak: rezystancja uzimienia rozmaitych uziomów o typowych kształtach geometrycznych, wzajemne oddziaływanie uzemień oraz ich wpływ na inne przewodzące instalacje elektryczne, a także rozkład pola elektrycznego w gruncie i na jego powierzchni. W omawianej dziedzinie podstawowe znaczenie mają dwie metody analiz, a mianowicie powierzchni elipsoidalnych i potencjału średniego.

W obydwu metodach przyjmuje się, że prąd jest odprowadzany do gruntu przez liniowe źródło prądu i że jest równomiernie rozłożony wzdłuż osi tego źródła. Wyróżnia się:

- analizę uzemień metodą oceny potencjału powierzchni elipsoidalnych, otaczających źródło, nazwaną metodą **powierzchni elipsoidalnych** lub w skrócie **metodą elipsoid**,
- analizę uzemień metodą oceny potencjału powierzchni walców, otaczających źródło, nazwaną w artykule **metodą potencjału średniego**.

W polskiej literaturze technicznej, a także w krajowych dokumentach normalizacyjnych podstawowe znaczenie ma metoda elipsoid. Zasady tej metody i jej wybrane aplikacje przedstawiono w cenionych monografiach Stanisława Szpora [4] i Konstantego Wołkowińskiego [5].

W wielu krajach, m.in. w obydwu Amerykach właściwości uzemień ocenia się i analizuje przede wszystkim metodą potencjału średniego [1], [2], [6], [7].

Każda z dwu, wymienionych wyżej metod charakteryzuje się swoistymi cechami i zaletami. Metoda elipsoid pozwala uzyskać prostszą formę zależności analitycznych, opisujących parametry uzemień i rozkład pola w gruncie [9]-[11].

Metoda potencjału średniego jest natomiast uznawana za dokładniejszą, ale mniej uniwersalną.

W zamierzonym cyklu publikacji zostaną przedstawione podstawy teoretyczne obydwu metod, a także zostaną wyznaczone szczegółowe zależności i formuły do zastosowań w praktyce inżynierskiej. Będą one dotyczyły obliczeń rezystancji uzimienia pojedynczych uziomów o rozmaitych kształtach, połączonych układów tych uziomów oraz rozkładu pola elektrycznego w gruncie i wzajemnego oddziaływania elementów uzemień.

W analizach będą stosowane następujące główne oznaczenia:

R - rezystancja uzimienia uziomu lub układu uziomów; w Ω ,

I - prąd emitowany do gruntu; w A,

ρ - rezystywność gruntu; w Ωm ,

l - długość uziomu; w m,

r - promień przekroju poprzecznego uziomu; w m.

W niniejszym artykule przedstawiono założenia metody elipsoid. Podano klasyczne oraz nowe zależności do obliczeń parametrów uziomów pionowych i poziomych, wyznaczone tą metodą. Upowszechnienie zastosowania technik komputerowych w żmudnych i uprzednio czasochłonnym obliczeniach usuwa podstawową przyczynę unikania bardziej dokładnych obliczeń właściwości uzemień

Założenia podstawowe

Podstawowym założeniem obydwu analizowanych metod (elipsoid i potencjału średniego) jest przyjęcie, że każdy element liniowego źródła prądu, pokazanego na rysunku 1 emituje do otaczającego gruntu porcję prądu.

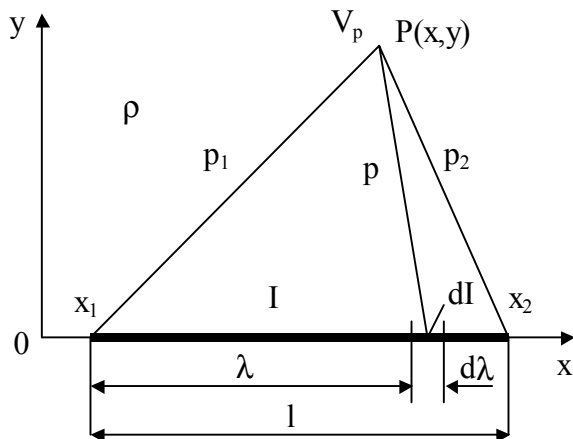
$$(1) \quad dI = \frac{I}{l} d\lambda$$

Ta porcja prądu powoduje przyrost potencjału V punktu $P(x,y)$ gruntu o rezystywności ρ o wartość

$$(2) \quad dV = \frac{\rho I}{4\pi l} \frac{dl}{p}$$

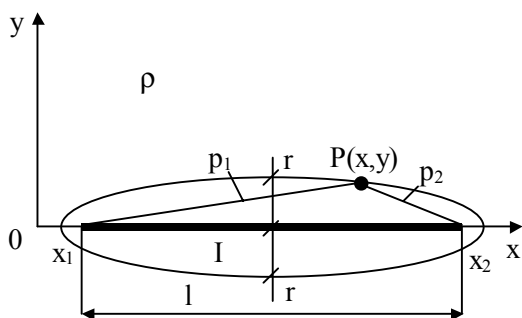
Potencjał V_p punktu $P(x,y)$, pochodzący od wszystkich elementów źródła liniowego o długości l , zgodnie z analizą przedstawioną w załączniku, - zależności (Z1 ÷ Z2), wynosi

$$(3) \quad V_p = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_{x_1}^{x_2} \frac{d\lambda}{\sqrt{(x-y)^2 + y^2}} = \frac{\rho I}{4\pi l} \ln \frac{p_1 + p_2 + l}{p_1 + p_2 - l}$$



Rys.1. Liniowe źródło prądu o długości l , emitujące prąd I do gruntu o rezystywności ρ i wywołujące potencjał V_p w punkcie P

W analizach uziomów o długości l i promieniu przekroju poprzecznego r , wykonywanych metodą elipsoid przyjmując się, że uziom jest reprezentowany przez elipsoidę, o ogniskowych, leżących na końcach liniowego źródła prądu (rys. 2).



Rys. 2. Sposób wyznaczenia potencjału V_E powierzchni elipsoidy, wywołanego prądem I , emitowanym przez liniowe źródło prądu o długości l , umieszczone głęboko w gruncie o rezystywności ρ

Promień równikowy elipsoidy jest równy promieniowi przekroju poprzecznego uziomu. Przyjmuje się ponadto, że potencjał uziomu jest równy potencjałowi gruntu V_E w miejscu usytuowania powierzchni umyślonej elipsoidy. W związku z tym potencjał elipsoidy i uziomu, zgodnie z analizą załącznika, - zależność Z3 jest równy

$$(4) \quad V_E = \frac{\rho I}{2\pi l} \ln \left(\sqrt{\left(\frac{l}{2r}\right)^2 + 1} + \frac{l}{2r} \right) = \frac{\rho I}{2\pi l} \operatorname{inv} \sinh \frac{l}{2r} \cong \frac{\rho I}{2\pi l} \ln \frac{l}{r}$$

W powyższych zależnościach uwzględniono równoważność zapisów

$$(5) \quad ar \sinh x \cong \operatorname{inv} \sinh x \cong \sinh^{-1} x \cong \ln \left[\sqrt{x^2 + 1} + x \right]$$

Wobec faktu, że długość typowego uziomu l jest znacznie większa niż jego średnica $2r$, zależność (4) może być uproszczona do postaci

$$(6) \quad V_E \cong \frac{\rho I}{2\pi l} \ln \frac{l}{r}$$

Własna i wzajemna rezystancja uziemienia

Rezystancja własna uziemienia pojedynczego uziomu o długości l i promieniu przekroju r , umieszczonego głęboko w gruncie o rezystywności ρ wynosi na podstawie zależności 4

$$(7) \quad R = \frac{V_E}{I} = \frac{\rho}{2\pi l} \operatorname{inv} \sinh \frac{l}{2r} \cong \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{l}{r}$$

Gdy w polu przepływu prądu w gruncie znajduje się inny uziom (sztuczny lub naturalny) wówczas, oprócz rezystancji własnej R_{11} uziemienia każdego uziomu występuje rezystancja wzajemna R_{12} . Powoduje ona wzrost rezystancji uziemienia każdego uziomu umieszczonego w polu przepływu prądu uziomowego. Wartość rezystancji własnej R_{11} opisuje zależność 7. Natomiast rezystancję wzajemną dwu równoległych uziomów o długości l i promieniu przekroju r , (umieszczonych głęboko w gruncie i pokazanych na rysunku 3) można obliczyć na podstawie zależności 7, przyjmując zamiast promienia r odległość a między osiami analizowanych uziomów.

Stosując to złożenie uzyskuje się zależność, opisującą rezystancję wzajemną

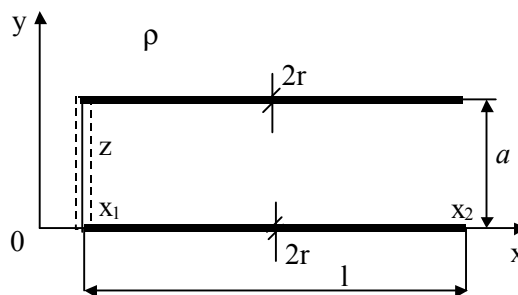
$$(8) \quad R_{12} = \frac{\rho}{2\pi l} \operatorname{inv} \sinh \frac{l}{2a}$$

Rezystancja dwu połączonych ze sobą równoległych uziomów l , r , (umieszczonych głęboko w gruncie) wyznaczona analizowaną metodą elipsoid jest w efekcie opisana zależnością

$$(9) \quad R_{\Sigma} = \frac{R_{11} + R_{12}}{2} \cong \frac{\rho}{4\pi l} \left(\ln \frac{l}{r} + \operatorname{inv} \sinh \frac{l}{2a} \right)$$

Gdy odległość $a \geq l$, wówczas rozkład pola elektrycznego w gruncie upodabnia się do rozkładu pola wokół uziomu kulistego. Rezystancja uziemienia uziomu kulistego o promieniu r wynosi jak wiadomo

$$(10) \quad R_r = \frac{\rho}{4\pi} \int_r^{\infty} \frac{dx}{x} = \frac{\rho}{4\pi r}$$



Rys. 3. Dwa równoległe uziomy l , r , odsunięta na odległość a , połączone przewodem izolowanym z , umieszczone głęboko w gruncie o rezystywności ρ

W związku z powyższą analizą rezystancja dwu połączonych uziomów równoległych, umieszczonych głęboko w gruncie w taki sposób, że $a \geq l$

$$(11) \quad R_{\Sigma} = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{l} \ln \frac{l}{r} + \frac{1}{a} \right)$$

Uziomy pionowe

Rysunek 4 przedstawia dwa uziomy pionowe o długości l i promieniu przekroju r , oraz ich odwzorowania lustrzane.

Rezystancję uziemienia uziomu pionowego l, r , pokazanego na rysunku 4a można wyznaczyć na podstawie zależności 6 i zastosowania metody odwzorowania lustrzanego. W tym przypadku należy przyjąć, że uziom pionowy l, r oraz jego odwzorowanie lustrzane są umieszczone w gruncie o rezystywności ρ i mają łączną długość $2l$. Prąd odprowadzany przez ten uziom wynosi $2I$.

Rezystancja uziemienia rzeczywistego uziomu o długości l jest dwukrotnie większa niż uziomu o długości $2l$. W związku z tym rezystancja uziemienia pionowego uziomu l, r , wynosi

$$(12) \quad R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{2l}{r}$$

Rozkład potencjału na powierzchni gruntu, gdy odległość $x \geq r$ jest w tym przypadku opisany zależnością

$$(13) \quad V_{x \geq r} = \frac{\rho}{4\pi l} \ln \frac{\sqrt{l^2 + x^2} + l}{\sqrt{l^2 + x^2} - l} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{\sqrt{l^2 + x^2} + l}{x}$$

Rezystancja uziemienia układu n połączonych uziomów pionowych, umieszczanych w odległości a_2, a_3, \dots, a_n od wybranego uziomu a_1 jest funkcją długości l , promienia r przekroju poprzecznego oraz odległości a między osiami tych uziomów. Gdy podstawowe parametry uziomów l, r są jednakowe, wówczas wypadkowa rezystancja uziemienia układu n połączonych uziomów jest równa

$$(14) \quad R_n = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \frac{2l}{r} + \sum_{i=2}^n \ln \frac{\sqrt{l^2 + a_i^2} + l}{a_i} \right]$$

przy czym:

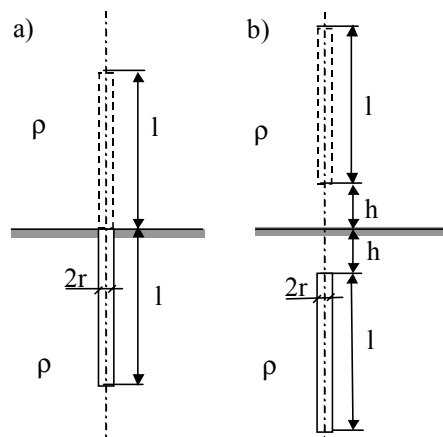
a_i jest odległością między osią uziomu l a osią uziomu i .

Na przykład, gdy liczba jednakowych, połączonych uziomów pionowych $n = 3$, wówczas rezystancja ich uziemienia wynosi, zgodnie z zależnością 14.

$$(15) \quad R_3 = \frac{\rho}{6\pi l} \left[\ln \frac{2l}{r} + \ln \frac{\sqrt{l^2 + a_2^2} + l}{a_2} + \ln \frac{\sqrt{l^2 + a_3^2} + l}{a_3} \right]$$

Uziomy pionowe na głębokości h

Na rysunku 4b przedstawiono uziom pionowy o długości l i promieniu r , umieszczony w gruncie w taki sposób, że jego górny koniec jest na głębokości h . Rezystancja uziemienia uziomu może być obliczona metodą odwzorowania lustrzanego następująco. Przyjmujemy, że: uziom i jego odwzorowanie mają ten sam potencjał i są umieszczone w środowisku o takich samych właściwościach, jakie ma grunt o rezystywności ρ oraz, że każdy z dwu uziomów odprowadza do gruntu prąd I .



Rys. 4. Uziom pionowy l, r , z górną krawędzią stykającą się z powierzchnią ziemi (rys. a) oraz umieszczoną na głębokości h (rys. b) i ich odwzorowania lustrzane

Zgodnie z tymi założeniami potencjał V uziomu rzeczywistego jest sumą potencjału własnego V_{11} oraz potencjału wzajemnego V_{12} . Potencjał V_{11} może być obliczony wg zależności 6, natomiast potencjał V_{12} oblicza się wg zależności 3. Należy wówczas przyjąć, (zgodnie z rysunkiem 4b), że

$$(16) \quad p_1 = 1,5l + 2h, \quad p_2 = 0,5l + 2h$$

Stąd uzyskuje się zależność, opisującą rezystancję uziemienia analizowanego uziomu

$$(17) \quad R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{l}{r} \sqrt{\frac{3l + 4h}{l + 4h}}$$

Rozkład potencjału na powierzchni gruntu w przypadku, gdy odległość $x \geq r$ jest opisany zależnością

$$(18) \quad V_x = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{\sqrt{h^2 + x^2} + \sqrt{(l+h)^2 + x^2} + l}{\sqrt{h^2 + x^2} + \sqrt{(l+h)^2 + x^2} - l}$$

Uziom horyzontalny

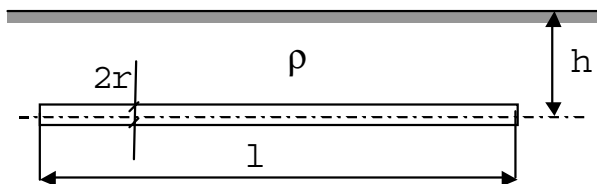
Rezystancja uziemienia horyzontalnego (poziomego) uziomu o długości l i promieniu przekroju r , ułożonego poziomo w gruncie na głębokości h (patrz rysunek 5) może być obliczona jako suma rezystancji własnej uziemienia R_{11} tego uziomu oraz rezystancji wzajemnej R'_{11} , pochodzącej od uziomu odwzorowania lustrzanego. Rezystancję R'_{11} opisuje zależność 7, jeśli przyjmie się odległość $2h$ zamiast r .

W związku z tym rezystancja uziemienia uziomu horyzontalnego l, r , umieszczonego w gruncie na głębokości h , gdy długość l jest znacznie większa niż h

$$(19) \quad R = R_{11} + R'_{11} = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{l}{r} + \ln \frac{l}{2h} \right) = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{l^2}{2hr}$$

Uziom horyzontalny, zakopany głęboko w gruncie ma rezystancję uziemienia opisaną zależnością 7. Natomiast uziom umieszczony w gruncie na głębokości $h = r$, to znaczy włożony na głębokość, równą promieniowi r (połowie średnicy uziomu) ma rezystancję uziemienia dwa razy większą, niż opisana zależnością 7, to znaczy

$$(20) \quad R = \frac{\rho}{\pi l} \operatorname{inv} \sinh \frac{l}{2r} \cong \frac{\rho}{\pi l} \ln \frac{l}{r}$$



Rys. 5. Uziom horizontalny (poziomy) o długości l i promieniu przekroju poprzecznego r , umieszczony w gruncie o rezystywności ρ na głębokości h .

Układy uziomów horizontalnych

Analizę właściwości układów uziomów horizontalnych jest celowo wykonywać łącząc elementy metody elipsoid oraz metody potencjału średniego. Ponadto, aby uprościć obliczenia jest uzasadnione przyjmowanie, że rezystancje wzajemne $R_{12}, R_{13} \dots R_{1n}$, jednakowych uziomów l, r są odpowiednio równe rezystancjom $R'_{12}, R'_{13} \dots R'_{1n}$ odwzorowań lustrzanych. Uwzględnia się w tym przypadku fakt, iż w praktyce długość uziomów l jest znacznie większa niż głębokość h zakopania uziomów.

Gdy długość uziomów równoległych l jest większa niż trzykrotna odległość a między uziomami horizontalnymi, zakopanymi na głębokości h , (to znaczy, gdy $l \geq 3a$) wówczas łatwo wykazuje się, że rezystancja uziemienia dwu połączonych uziomów wynosi

$$(21) \quad R = \frac{\rho}{4\pi l} \ln \frac{l^4}{2a^2 h r}$$

Załącznik

Aby uzyskać zależność (3) przyjęto

$$(Z1) \quad \int \frac{d\lambda}{\sqrt{(x-\lambda)^2 + y^2}} = -\int \frac{dz}{z} = -\ln\left(\sqrt{(x-\lambda)^2 + y^2}\right) + (x-\lambda) + c$$

przy czym wykonano następujące przekształcenia

$$(Z2) \quad \begin{aligned} (y-\lambda) &= t, & dt &= -d\lambda, & z &= \sqrt{t^2 + y^2} + t, \\ dz &= \frac{\sqrt{t^2 + y^2} + t}{\sqrt{t^2 + y^2}}, & (x-x_1)^2 + y^2 &= p_1^2 \\ (x-x_2)^2 + y^2 &= p_2^2, & x-x_2 &= x-x_1 - l \\ x-x_1 &= \frac{1}{2l}(p_1^2 - p_2^2 + l^2), & x-x_2 &= \frac{1}{2l}(p_1^2 - p_2^2 - l^2) \end{aligned}$$

Stąd wyznaczono potencjał punktu $P(x,y)$, opisany w artykule zależnością 3.

Gdy punkt centralny elipsoidy jest umieszczony na początku osi współrzędnych, to znaczy, gdy $x = 0, y = 0$, wówczas uzyskuje się

$$(Z3) \quad p_1 = \sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}, \quad p_2 = \sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2},$$

$$(Z4) \quad p_1 + p_2 = 2\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + y^2}$$

Podsumowanie i wnioski

- Parametry wielkości opisujących uziemienia, takie jak rezystancja uziemienia pojedynczych uziomów i rezystancja uziemienia układów uziomów pionowych i horizontalnych (ułożonych poziomo w gruncie), rozkład potencjału w ziemi i na jej powierzchni, wzajemne oddziaływanie elementów uziomów i inne wielkości mogą być analizowane i oceniane różnymi metodami. Główne z tych metod są w artykule nazwane: powierzchni elipsoid oraz potencjału średniego.
- W publikacji wyznaczono zależności analityczne, opisujące główne parametry typowych uziomów pionowych i horizontalnych, ustalone metodą powierzchni elipsoidalnych.
- Upowszechnienie technik obliczeń komputerowych umożliwia szerokie zastosowanie wyznaczonych zależności w projektowaniu i w ocenie właściwości typowych uziemień stosowanych w sieciach i w układach energoelektrycznych oraz w układach ochrony od uderzeń pioruna.

LITERATURA

- [1] Rüdénberg R., Grounding principles and practices. Fundamental considerations on grounding currents. *Electrical Engineering*, Volume 64, no 1, Jan 1945, pp.1-13
- [2] Sunde E.D., Earth conducting effects in transmission systems. Wyd. I: 1949- wyd. IV: Macmillan, N.Y. 1968
- [3] Laurent P.G.: Les bases générales de la technique des mises à la terre dans les installations électriques, *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, 1951, p. 368-402
- [4] Szpor S., Ochrona odgromowa. Wyd. I: PWT, 1953 - Wyd. II: WNT, 1975
- [5] Wołkowiński K., Uziemienia urządzeń elektroenergetycznych. Wyd. I: PWT, 1954- Wyd. IV: WNT, 1972
- [6] Schwarz S.J., Analytical expression for resistance of grounding systems, *AIEE Trans. Part III-B*, 1954, vol.73, pp. 1011 - 1016
- [7] Tagg G.F.: Earth resistances. Pitman, N.Y., 1964
- [8] Kosztaluk R., Flisowski Z., Metody analizy układów przewodziemia. *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 10, 2001, s. 241-246
- [9] Kosztaluk R., Łoboda M., Wańkiewicz J., Marciniak R.: The role of groundings systems in earth return circuits. *Intern. Conf. GROUND 2002*. Rio de Janeiro, Brazil, Nov. 2002, p.301-306
- [10] Kosztaluk R.: Doświadczenia wielu lat badań uziemień. *Biuletyn SEP INPE*, nr 47, s. 3-13

Autorzy: Romuald Kosztaluk, Jacek Wańkiewicz, Instytut Energetyki, ul Mory 8, 01-330 Warszawa, E-mail: jacek.wankowicz@ien.com.pl