



Joanna CZUPRYŃSKA

Politechnika Warszawska, Katedra Wysokich Napięć i Aparatów Elektrycznych

## Obrazy pola elektrostatycznego od ładunku burzowego w otoczeniu wybranego obiektu budowlanego

**Streszczenie.** W referacie zostały przedstawione przykładowe obrazy rozkładu statycznego pola elektrycznego w otoczeniu wybranego obiektu budowlanego, wymuszone przez naładowaną chmurę burzową. Wyznaczone rozkłady, przede wszystkim linii (powierzchni) ekwipotencjalnych, obrazują stan pola przed rozpoczęciem się procesu formowania kanału wyładowczego i wskazują miejsca potencjalnego zagrożenia wyładowaniem piorunowym. Obliczenia zostały wykonane z wykorzystaniem pakietu „polowego” MATLAB.

**Abstract. (Images of lightning cloud caused electrostatic field surrounding chosen building).** This paper presents images of chosen building surrounded by static electric field caused by lightning cloud. Calculated distributions of equipotential lines are showing a state of field before process of forming a discharge channel and indicating places of probable danger of a lightning strike. Calculations were made in MATLAB application.

**Słowa kluczowe:** obrazy rozkładu pola elektrostatycznego, MATLAB, PDE Toolbox

**Keywords:** images of electrostatic field distribution, MATLAB, PDE Toolbox

### Wstęp

Obecnie na rynku programów komputerowych można znaleźć kilka profesjonalnych programów służących do obliczeń i obrazowania pól wektorowych i skalarnych, w tym i pola elektrostatycznego. Wiele z tych aplikacji wymaga posługiwania się komputerami o relatywnie dużych mocach obliczeniowych i dużego doświadczenia w zakresie umiejętności posługiwania się wyspecjalizowanymi narzędziami, chociażby takim jak zadawanie kształtów badanego obszaru czy wprowadzanie obszarów o zdefiniowanych niejednorodnościach. Z punktu widzenia potrzeb dydaktycznych, jak i próby wstępnego rozpoznania problemu, dogodnie jest posłużyć się programami prostszymi i łatwiejszymi w obsłudze. Przykładem takiego programu jest MATLAB z pakietem PDE.

W referacie, jako przykład zastosowania tego pakietu, przedstawiono obliczenia rozkładu pola elektrostatycznego wymuszonego przez ładunki elektrostatyczne chmury burzowej w momencie, który można określić jako tuż przed rozpoczęciem formułowania się kanału wyładowczego. Wyniki tych obliczeń i ich wizualizacja mogą posłużyć do wyznaczenia miejsc najbardziej narażonych na wyładowanie piorunowe.

### Równanie pola elektrostatycznego i charakterystyka programu PDE Toolbox

Obliczanie rozkładu pola elektrostatycznego w analizowanym przypadku sprowadza się do rozwiązania równania różniczkowego cząstkowego Laplace'a [1]:

$$(1) \quad \nabla^2 \varphi = 0$$

W pakiecie PDE równanie to jest ustalane jako szczególny przypadek równania Poissona, zapisanego w następującej postaci:

$$(2) \quad -\nabla \cdot (\varepsilon \nabla V) = \rho$$

Przyjęto, że  $\rho = 0$  i  $\varepsilon = \text{const}$ . Do rozwiązania sformułowanego zadania posłużono się programem MATLAB w wersji 7.0 i zawierającym wspomniany pakiet. PDE Toolbox dostarcza wielu narzędzi ułatwiających rozwiązywanie przedstawionego problemu. Umożliwia on m.in. [2]:

- wybieranie właściwego do badanego problemu równania różniczkowego cząstkowego oraz:

- definiowania obszarów 2D,
- zadawania warunków brzegowych,
- definiowania współczynników równania,
- numeryczne rozwiązanie równania cząstkowego czyli:
  - wygenerowanie siatek,
  - dyskretyzację równań,
  - wyznaczenie przybliżonego rozwiązania,
- wizualizację rezultatów np.:
  - za pomocą płynnych przejść kolorów,
  - za pomocą różnokolorowych linii.

Sam program charakteryzuje się prostotą i intuicyjnością obsługi oraz dużą uniwersalnością.

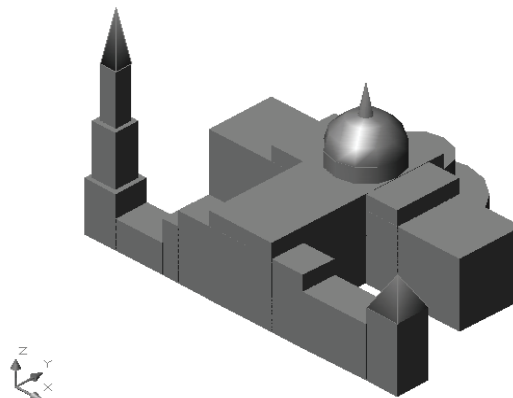
Posiada wewnętrzne aplikacje do obliczania różnych rodzajów równań różniczkowych cząstkowych, między innymi charakterystycznych dla pól:

- magnetostatycznych,
- elektromagnetycznych prądu przemiennego,
- w środowisku przewodzącym prądu stałego,
- elektrostatycznych.

Umożliwia także obliczanie rozkładu temperatury, badanie problemów dyfuzji czy obliczenie naprężeń mechanicznych.

### Model

W celu zobrazowania pola elektrostatycznego od ładunku burzowego stworzony został trójwymiarowy model obiektu budowlanego widoczny na rysunku 1.

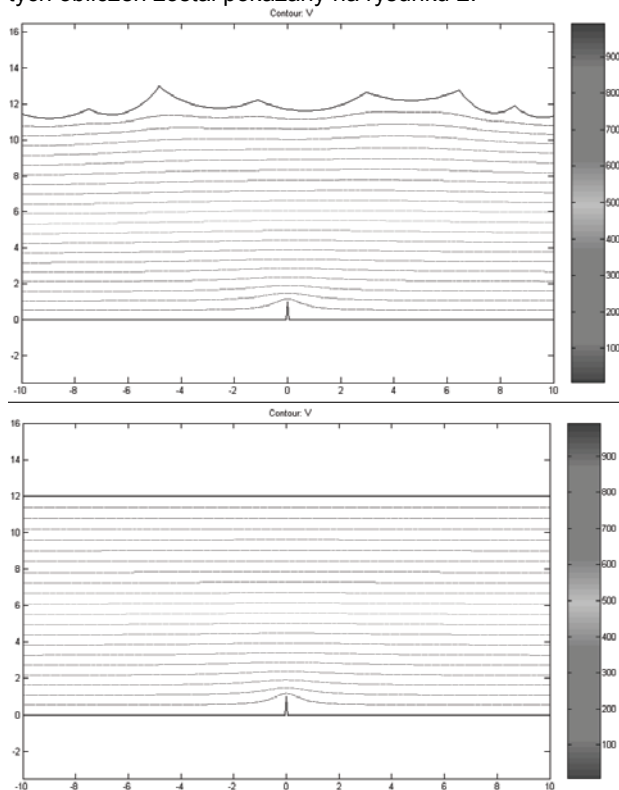


Rys.1. Wizualizacja 3D budowli sakralnej zamodelowanej dla potrzeb wyznaczania rozkładów pól elektrostatycznych

Jest to rozległa budowla, której bryła i rozmiar inspirowane są kształtem bazyliki w Licheniu. Podstawowe wymiary zamodelowanej budowli wynoszą:

- wysokość wieży - 140m,
- wysokość „dzwonnicy” - 65m,
- wysokość frontu w części centralnej - 55m,
- wysokość kopuły - 105m,
- szerokość frontu - 200m,
- szerokość nawy poprzecznej - 160m.

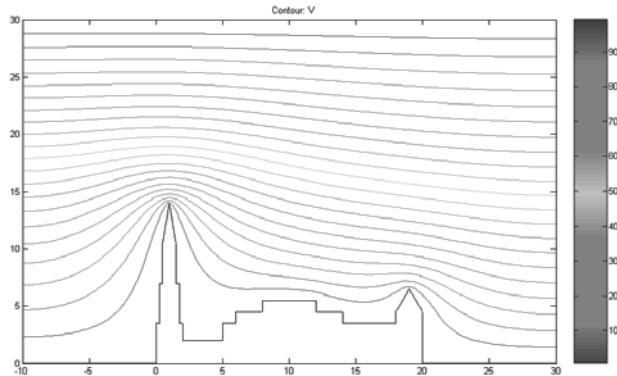
Następnie model został „umieszczony” pod naładowaną chmurą. W tym przypadku chmura traktowana jest jako płaska elektroda o wysokim potencjale. Wysokość pułapu chmur burzowych wynosi na ogół kilkaset metrów. Ponieważ w takim układzie mamy do czynienia z polem jednorodnym zdecydowano o umieszczeniu „elektrody - chmury” na wysokości równej dwukrotnej wysokości najwyższego punktu budynku. Uzasadnieniem takiego postępowania są przeprowadzone obliczenia, których celem było stwierdzenie wpływu kształtu powierzchni modelującej chmurę burzową oraz odległości chmury od ziemi na rozkład pola elektrycznego w otoczeniu np. zwołu piorunowego lub masztu antenowego. Przykładowy wynik tych obliczeń został pokazany na rysunku 2.



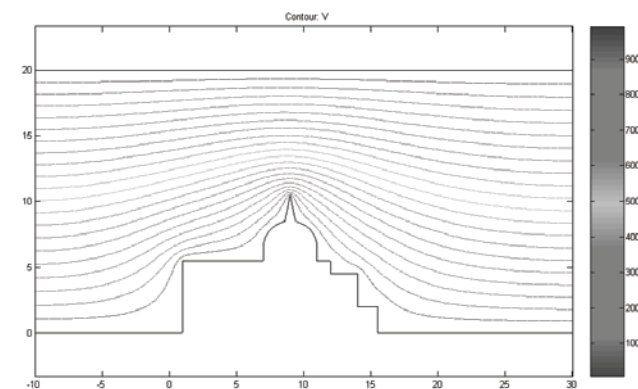
Rys.2 Obrazy linii ekwipotencjalnych pomiędzy chmurą a przewodzącym masztem zamodelowane w sposób zbliżony do rzeczywistego (u góry) oraz uproszczony (na dole)

Obiektem jest maszt o wysokości 100 metrów, chmura znajduje się w obu przypadkach na wysokości około 1200 metrów. Można zauważyć, że w odległości większej niż podwójna wysokość masztu, jej wpływ na rozkład linii ekwipotencjalnych praktycznie nie istnieje. Zatem w obliczeniach można się ograniczyć do rozpatrzenia rozkładu pola w przestrzeni od ziemi do około dwukrotnej wysokości obiektu. Dalsze zwiększanie odległości od najwyższego punktu badanego obiektu do zastępczej powierzchni ekwipotencjalnej jest zbędne, gdyż nie powoduje zniekształcenia obrazu pola w pozostałej przestrzeni. Otrzymany rozkład przy stosunkowo niewielkich odległościach *obiekt-elektroda* jest za to

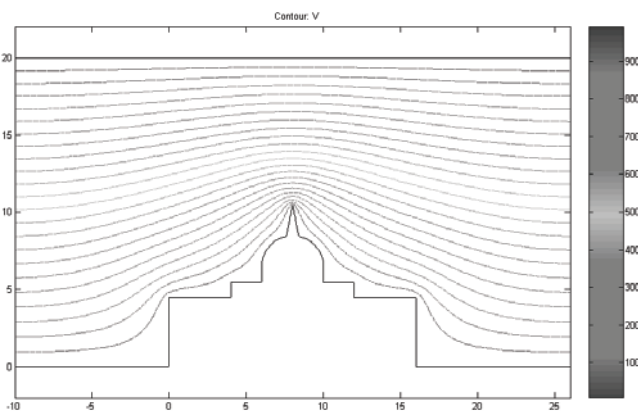
bardziej czytelny. Sprowadzenie kształtu podstawy chmury do płaskiej elektrody jest uzasadnione znikomym wpływem jej kształtu na rozkład pola nad ziemią lub w otoczeniu obiektów na niej posadowionych, a o rozmiarach relatywnie małych w stosunku do odległości chmury od ziemi. Modelowanie chmury powierzchnią ekwipotencjalną znajdującą się w odległości 2 razy większej od wysokości analizowanego obiektu znakomicie spraszcza obliczenia i czyni je bardziej wyraziste. Maszt z rysunku 2 jest obiektem o symetrii osiowej. Przedstawienie go jako modelu płaskiego nie wpływa na wynik obliczeń. Model budowli sakralnej z rysunku 1 ma bardziej skomplikowaną bryłę i przedstawienie go jako model płaski nie jest już takie proste. Pakiet PDE Toolbox nie pozwala na pracę w trybie 3D, co spowodowało konieczność sprowadzenia skomplikowanego obiektu do kształtu 2D. Zostało to przeprowadzone ze świadomością, że te uproszczenia wpływają na obraz pola elektrostatycznego w porównaniu z wizualizacją na obiekcie trójwymiarowym.



Rys.3. Pole elektrostatyczne w przekroju frontu budynku



Rys.4. Pole elektrostatyczne w przekroju nawy głównej



Rys.5. Pole elektrostatyczne w przekroju nawy poprzecznej

Do obliczeń pola wykorzystane zostały trzy najbardziej charakterystyczne przekroje płaskie zamodelowanego budynku:

1. przekrój frontu (rys. 3),
2. przekrój przez nawę główną (rys. 4),
3. przekrój przez nawę poprzeczną (rys. 5).

Przekroje zostały umieszczone w prostokącie ograniczającym rozpatrywaną przestrzeń występowania pola elektrostatycznego. Górna jego krawędź symbolizuje wspomnianą już elektrodę, podstawę chmury burzowej.

### Wyznaczone rozkłady pól

Po narysowaniu przekrojów budowli w PDE Toolbox, przystąpiono do właściwych obliczeń. Zdefiniowane zostały następujące warunki brzegowe:

- na górnej krawędzi prostokąta ograniczającego rozpatrywaną przestrzeń zadano potencjał 1000V (warunek brzegowy Dirichleta),
- boczne krawędzie mają zerowy warunek Neumanna,
- dolna krawędź i zarys obiektu ma potencjał równy zeru (warunek brzegowy Dirichleta).

Parametry równania różniczkowego [2] dla pola elektrostatycznego jednorodnego w powietrzu przyjęto  $\rho = 0$  i  $\varepsilon = 1$ .

Do obliczeń i wizualizacji program używa metody elementów skończonych. Dla każdego z obrazów pola liczba użytych trójkątów siatki wynosiła od około 26000 do 56000. Na rysunkach 3, 4 i 5 przedstawiono rozkład pól elektrostatycznych w wybranych przekrojach budowli z rysunku 1.

### Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić:

- celowym jest dążenie do modelowania pól elektrostatycznych w środowisku trójwymiarowym, modele dwuwymiarowe nie dają pełnego obrazu rozkładu pola;
- aplikacja PDE Toolbox z pakietu MATLAB, jest prostym narzędziem stwarzającym możliwości wręcz intuicyjnego rozwiązania problemów polowych, może ono znaleźć zastosowanie np. w nauczaniu podstawowych zagadnień teorii pól;
- wizualizowanie pól elektrostatycznych od ładunku burzowego w otoczeniu obiektów budowlanych daje wyobrażenie o miejscach najbardziej narażonych na bezpośrednie wyładowanie piorunowe, oraz o umiejscowieniu stref chronionych przed bezpośrednim uderzeniem pioruna.

### LITERATURA

- [1] Rawa H., Elektryczność i magnetyzm w technice; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004 (wydanie 2)
- [2] Partial Differential Equation Toolbox, *MATLAB 7.0 Help*, (1994-2004), What Is the Partial Differential Toolbox?

---

**Autor:** mgr inż. Joanna Czupryńska, Politechnika Warszawska, Katedra Wysokich Napięć i Aparatów Elektrycznych, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, e-mail: joanna\_czuprynska@o2.pl  
Instytut Energetyki, Zakład Wysokich Napięć, ul. Mory 8, 01-330 Warszawa, e-mail: joanna.czuprynska@ien.com.pl