



## Analiza prądów załączania transformatorów

**Streszczenie.** Podczas załączania transformatorów płyną prądy przejściowe o dużych wartościach maksymalnych. Wpływają one na pracę transformatorów oraz na jakość energii elektrycznej. W uzwojeniach są generowane wówczas znaczne siły elektrodynamiczne, a w sieciach elektrycznych wzrastają spadki napięć. W artykule przedstawiono analizę prądów załączania transformatorów na podstawie wyników symulacji komputerowych wykonanych przy zastosowaniu przedstawionego modelu matematycznego transformatorów trójfazowych.

**Abstract. (Analysis of transformer inrush currents).** Transients currents with large maximal values flow during switching on of transformers. These currents influence work of transformers and quality of electrical energy. Large electrodynamic forces are generated in windings and voltage drops are increased in electric networks. Analysis of transformer inrush currents on basis of results of computer simulations made by use of prepared mathematical model of three phase transformers is presented in the paper.

**Słowa kluczowe:** transformatory, prądy załączania transformatorów, symulacje komputerowe.

**Keywords:** transformers, transformer inrush currents, computer simulations.

### Wprowadzenie

Załączanie transformatorów energetycznych jest związane z chwilowym wzrostem natężenia prądów fazowych. Wartości maksymalne tych prądów są znacznie większe od wartości prądów ustalonych. Skutki przepływu prądów załączania transformatorów są różnorodne. Wpływają one na pracę samych transformatorów oraz na pracę sieci elektrycznych. Podczas przepływu takich prądów generowane są siły elektrodynamiczne mogące powodować przemieszczenia zwojów lub uzwojeń. Przepływ dużych prądów wpływa także na jakość energii.

Obecnie systematycznie wzrasta liczba łączy transformatorów w układach elektroenergetycznych. Jest to spowodowane między innymi zwiększeniem liczby niezależnych producentów energii elektrycznej, będące konsekwencją uwolnienia rynku energii [1]. Generatory wytwarzające energię elektryczną są wyposażone zwykle w transformatory. Są one często załączane bądź wyłączane, w zależności od wyników analiz ekonomicznych. Prowadzone są badania mające na celu doskonalenie metod ograniczania prądów załączania transformatorów. Mają one charakter teoretyczny oraz eksperymentalny [2, 3].

W artykule przedstawiono analizę prądów załączania transformatorów na podstawie wyników symulacji komputerowych wykonanych przy zastosowaniu modelu matematycznego transformatorów trójfazowych.

### Charakterystyka prądów załączania transformatorów i ich skutków

Prąd załączania transformatorów osiąga wartość maksymalną wówczas, gdy załączenie następuje przy wartości zerowej napięcia zasilającego. Rdzeń ulega wówczas nasyceniu i gałąź magnesująca zawiera cewkę powietrzną. Wartość maksymalna prądu podczas załączania transformatora może być wówczas obliczona ze wzoru [4]:

$$i_{max} = \frac{B_p l}{\mu_o z} = \frac{l}{\mu_o z} \frac{A_c}{A_p} (2 B_n + B_r - B_s) \quad (1)$$

gdzie:  $B_p$  - indukcja magnetyczna na zewnątrz rdzenia, T,  $B_n$  - wartość nominalna indukcji rdzenia, T,  $B_r, B_s$  - indukcja resztkowa i indukcja nasycenia, T,  $l$  - długość drogi magnetycznej w powietrzu, m,  $z$  - liczba zwojów włączanej cewki,-,

$A_c, A_p$  - przekrój poprzeczny rdzenia i cewki powietrznej, m<sup>2</sup>,  $\mu_o$  - przenikalność magnetyczna próżni, Hm<sup>-1</sup>.

Wartości maksymalne prądów załączania transformatorów nie przekraczają zwykle wartości szczytowych prądów zwarciovych. Dla transformatorów energetycznych osiągają jednak kilku kiloamperów [1,4]. Czasy przepływu tych prądów są znacznie dłuższe od czasów trwania prądów zwarciovych. Prądy zwarciove są bowiem zwykle przerywane po kilkudziesięciu milisekundach przez układy zabezpieczające.

Rozkład pola magnetycznego w uzwojeniach podczas przepływu prądu załączania transformatora jest odmienny od rozkładu w warunkach przepływu prądu zwarcia, ponieważ w czasie załączania transformatora uzwojenie wtórne zwykle nie jest obciążone.

Wartości sił mechanicznych, generowane przez prądy załączania, są zbliżone do tych, które występują podczas przepływu prądów zwarcia. Stwierdzono przypadki uszkodzeń transformatorów, które były często załączane w stanie bez obciążenia. Przyczyną uszkodzeń wewnętrznych były defekty układów izolacyjnych spowodowane przemieszczeniami przewodów i uzwojeń w wyniku działania sił elektromechanicznych.

Transformatory energetyczne są jednymi z najbardziej kosztownych urządzeń pracujących w systemach elektrycznych. Awarie transformatorów są zawsze związane ze znacznymi kosztami, wynikającymi z konieczności wykonania remontów, zastąpienia transformatora uszkodzonego sprawnym oraz spowodowanymi przerwami w dostawie energii elektrycznej.

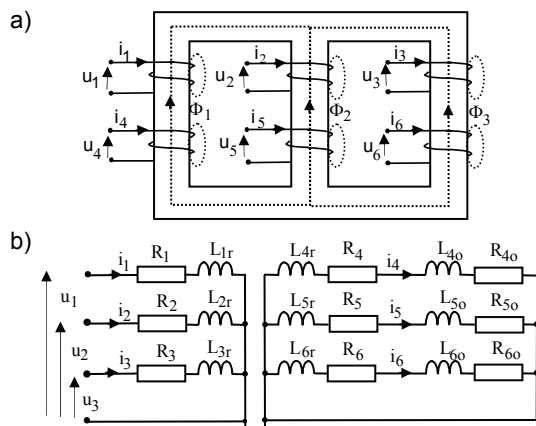
Załączenie transformatora jest również każdorazowo związane przepływem dużego prądu w sieci elektrycznej. Wpływa to niekorzystnie na jakość energii elektrycznej. Powoduje bowiem obniżenie napięcia, którego konsekwencją może być niewłaściwa praca odbiorników. Przepływ chwilowy dużego prądu może być także przyczyną błędnego działania przekaźników zabezpieczających.

### Podstawy wyznaczania przebiegów prądów załączania transformatorów

Trwają prace nad doskonaleniem metod ograniczania prądów płynących podczas załączania transformatorów. Jedną z nich polega na synchronizacji załączania [4]. Inna wymaga stosowania rezystora między punktem neutralnym transformatora a uziemieniem [5, 6]. W celu

zwiększenia skuteczności działania rezystora poszczególne fazy są włączane kolejno przy zastosowaniu przełączającego układu logicznego. W pracach o charakterze teoretycznym w tym zakresie dużą rolę odgrywają symulacje komputerowe prądów.

Obliczenia przebiegów prądów załączania transformatorów są wykonywane przy zastosowaniu modeli transformatorów. Uzwojenia transformatorów, w modelu prezentowanym poniżej, przedstawione na rysunku 1a, są reprezentowane przez rezystancje  $R_1, \dots, R_6$  oraz indukcyjności rozproszenia  $L_{1r}, \dots, L_{6r}$  (rys.1b) [7,8]. Sumy rezystancji obwodu zewnętrznego oraz rezystancji reprezentujących straty w rdzeniu oznaczono na schemacie symbolami  $R_{40}, R_{50}, R_{60}$ . Indukcyjności  $L_{4r}, L_{5r}, L_{6r}$  reprezentują indukcyjności obwodu zasilanego.



Rys.1. Schemat zastępczy transformatorów trójfazowych: a - układ uzwojeń transformatora z rdzeniem trójkolumnowym, b - schemat zastępczy uzwojeń

Dla obwodu pierwotnego i wtórnego transformatora jest zapisywane następujące równanie

$$(2) \quad \frac{d\lambda}{dt} = -R i + u$$

gdzie:  $d\lambda/dt$  - macierze pochodnych strumieni sprzężonych,  $i, u, R$  - macierze prądów, napięć i rezystancji uzwojeń.

Zależność między strumieniami magnetycznymi a prądami fazowymi ma postać

$$(3) \quad \lambda = L i$$

gdzie:  $L$  - macierz indukcyjności uzwojeń.

Indukcyjności w równaniu (3) są funkcjami nieliniowymi strumieni magnetycznych. Wyznaczenie wartości indukcyjności uzwojeń ma zasadnicze znaczenie w modelowaniu transformatorów. Korzysta się przy tym z zależności

$$(4) \quad \Phi_1 = \lambda_1/z_1 - L_{1r} i_1$$

$$(5) \quad \Phi_2 = \lambda_2/z_2 - L_{2r} i_2$$

$$(6) \quad \Phi_3 = \lambda_3/z_3 - L_{3r} i_3$$

gdzie:  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  - strumienie magnetyczne w kolumnach rdzenia,  $z_1$ -liczba zwojów uzwojenia pierwotnego,

śluszych dla transformatora z obwodem wtórnym rozwartym po pominięciu strat energii w rdzeniu.

Z równań (4)-(6) wyznaczone są strumienie magnetyczne  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  w każdym kroku obliczeniowym, a następnie wartości indukcyjności uzwojeń. Następnie wyznaczone są siły magnetomotoryczne  $f_1 = z_1 i_1, f_2 = z_2 i_2$  oraz  $f_3 = z_3 i_3$  ze strumieni  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ . Zakłada się przy tym niewielką zwłokę czasową między zmianami prądów a zmianami

strumieni magnetycznych. Przy wyznaczaniu sił magnetomotorycznych jest stosowany schemat magnetyczny transformatora, zamieszczony na rysunku 2. Reprezentuje on tylko połowę obwodu magnetycznego transformatora ze względu na symetrię rdzenia [7,8]. Zależności między siłami magnetomotorycznymi węzłowymi a siłami magnetomotorycznymi zewnętrznymi mają postać:

$$(7) \quad p_{11} f_{1w} + p_{12} f_{2w} = p_1 f_1 / 2$$

$$(8) \quad p_{21} f_{1w} + p_{22} f_{2w} + p_{23} f_{3w} = p_2 f_2 / 2$$

$$(9) \quad p_{32} f_{2w} + p_{33} f_{3w} = p_3 f_3 / 2$$

gdzie:  $f_1, f_2, f_3$  - siły magnetomotoryczne zewnętrzne,  $f_{1w}, f_{2w}, f_{3w}$  - siły magnetomotoryczne węzłowe,  $p$  - permeancja i-tego elementu rdzenia

$$(10) \quad p_i = \mu_i S_i / l_i$$

gdzie:  $\mu_i$ -przenikalność magnetyczna, H/m;  $S_i$  - pole powierzchni przekroju poprzecznego, m<sup>2</sup>;  $l_i$  - długość i-tej części rdzenia, m;  $p_1-p_5$  - permeancja kolumn i jarzm rdzenia;  $p_6-p_8$  - permeancje ścieżek strumieni upływu.

$$(11) \quad p_{11} = p_1 + p_4 + p_6; \quad p_{22} = p_2 + p_4 + p_5 + p_7;$$

$$p_{33} = p_3 + p_5 + p_8; \quad p_{12} = p_{21} = -p_4; \quad p_{23} = p_{32} = -p_5;$$

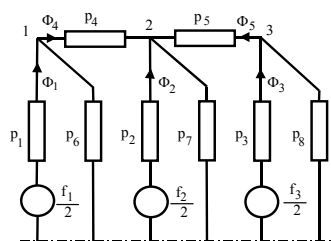
Z równań (7-9) wynika, że

$$(12) \quad f_{1w} = (p_1 (p_{22} p_{33} - p_{23} p_{32}) f_1 - p_2 p_{12} p_{33} f_2 + p_3 p_{12} p_{23} f_3) / 2D$$

$$(13) \quad f_{2w} = (-p_1 p_{21} f_1 + p_2 p_{11} p_{33} f_2 - p_3 p_{11} p_{23} f_3) / 2D$$

$$(14) \quad f_{3w} = (p_1 p_{21} p_{32} f_1 - p_2 p_{11} p_{32} f_2 + p_3 (p_{11} p_{22} - p_{12} p_{21}) f_3) / 2D$$

gdzie:  $D = p_{11} p_{22} p_{33} - p_{12} p_{21} p_{33} - p_{11} p_{23} p_{32}$



Rys. 2. Schemat zastępczy obwodu magnetycznego transformatora

Strumienie magnetyczne w kolumnach wyrażają zależności

$$(15) \quad \Phi_1 = a_{11} f_1 + a_{12} f_2 + a_{13} f_3$$

$$(16) \quad \Phi_2 = a_{21} f_1 + a_{22} f_2 + a_{23} f_3$$

$$(17) \quad \Phi_3 = a_{31} f_1 + a_{32} f_2 + a_{33} f_3$$

gdzie:  $a_{11} = 0,5 p_1 [1 - p_1 (p_{22} p_{33} - p_{23} p_{32}) / D]$ ;

$$a_{12} = a_{21} = 0,5 p_1 p_2 p_{12} p_{33} / D;$$

$$a_{13} = a_{31} = -0,5 p_1 p_3 p_{12} p_{23} / D; \quad a_{22} = 0,5 p_2 [1 - p_2 p_{11} p_{33} / D];$$

$$a_{23} = a_{32} = 0,5 p_2 p_3 p_{11} p_{23} / D; \quad a_{33} = 0,5 p_3 [1 - p_3 (p_{11} p_{22} - p_{12} p_{21}) / D];$$

a strumienie w jaramach - wzory

$$(18) \quad \Phi_4 = p_4 (f_{1w} - f_{2w})$$

$$(19) \quad \Phi_5 = p_5 (f_{3w} - f_{2w})$$

Dla aktualnych wartości strumieni w kolumnach i jarzmach są wyznaczone przenikalności magnetyczne jarzm. Ze wzoru:

$$(20) \quad f_k = z_1 i_k$$

gdzie:  $k=1,2,3$  - numery kolejnych uzwojeń pierwotnych,  $z_1$  - liczba zwojów w uzwojeniach pierwotnych,

oraz zależności (15-17) uzyskuje się związek między prądami fazowymi a strumieniami sprzężonymi:

$$(21) \quad \lambda = L_{kj} i$$

gdzie:  $L_{kj}$  - macierz indukcyjności;  $L_{kj}=z_1^2 a_{kj}+L_{kj r}$  (dla  $k=j$ );  $L_{kj}=z_1^2 a_{kj}$  (dla  $k \neq j$ ) gdzie:  $L_{kj r}$  - indukcyjności rozproszenia, H.

umożliwiający wyznaczenie natężeń prądów fazowych, które w następnym kroku są użyte w obliczeniach strumieni magnetycznych sprzężonych  $\lambda$  (wzór (2)).

Gdy transformator jest obciążony układ równań (2) zawiera dodatkowo następujące zależności

$$(22) \quad \lambda_4' = \frac{d}{dt} (L_{4z} i_4 + \lambda_4) = -(R_4 + R_{4z}) i_4$$

$$(23) \quad \lambda_5' = \frac{d}{dt} (L_{5z} i_5 + \lambda_5) = -(R_5 + R_{5z}) i_5$$

$$(24) \quad \lambda_6' = \frac{d}{dt} (L_{6z} i_6 + \lambda_6) = -(R_6 + R_{6z}) i_6$$

i ma ogólną postać

$$(25) \quad \frac{d\lambda}{dt} = -R i + u$$

gdzie:  $\frac{d\lambda}{dt} = \begin{bmatrix} d\lambda_1/dt & d\lambda_2/dt & d\lambda_3/dt & d\lambda_4'/dt & d\lambda_5'/dt & d\lambda_6'/dt \end{bmatrix}^T$   
 $R = \text{diag} [ R_1 \ R_2 \ R_3 \ R_4 + R_{4z} \ R_5 + R_{5z} \ R_6 + R_{6z} ]$   
 $u = [ u_1 \ u_2 \ u_3 \ 0 \ 0 \ 0 ]^T$

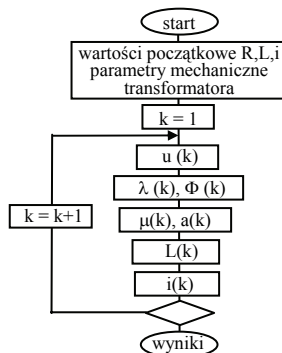
W przypadku transformatora obciążonego zależność między prądami a strumieniami sprzężonymi ma postać

$$(26) \quad \lambda = L_{kj} i$$

gdzie:  $\lambda = [ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4' \ \lambda_5' \ \lambda_6' ]^T$ ;  $i = [ i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ i_5 \ i_6 ]^T$

$L_{kj}$  - macierz indukcyjności,

gdzie:  $L_{kj} = z_k z_j a_{kj} + L_{kr}$  (dla  $k=j$  oraz  $k \leq 3$ );  
 $L_{kj} = z_k z_j a_{kj} + L_{kr} + L_{kz}$  (dla  $k=j$  oraz  $3 < k \leq 6$ );  
 $L_{kj} = z_j z_{kj}$  (dla  $k \neq j$ );  $L_{kj} = L_{j,k}$



Rys. 3. Schemat obliczeń prądów załączania transformatorów

W każdym kroku obliczeniowym (rys. 3) są wyznaczone strumienie magnetyczne w kolumnach i jarzmach rdzenia

przy aktualnych wartościach napięcia zasilającego i prądów wyznaczonych w kroku poprzednim. Obliczane są wartości przenikalności magnetycznych części rdzenia, a także aktualne wartości permeancji kolumn i jarzm oraz indukcyjności uzwojeń, a następnie aktualne natężenia prądów fazowych.

### Parametry modelu

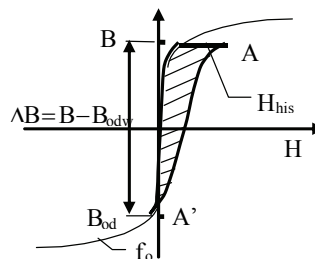
Podstawą modelowania zjawiska histerezy magnetycznej jest krzywa magnesowania materiału rdzenia  $H_p = f_o(B)$ , aproksymowana wielomianem [9,10].

$$(27) \quad H_p = 0,218 B^{17} + 0,135 B^{21}$$

Wyznaczana jest następnie histerezowa zależność natężenia pola  $H_{hist}$  od zmian indukcji magnetycznej począwszy od pierwszego punktu odrotnego tj. punktu krzywej  $B=f(H)$ , w którym wartość pochodnej  $dB/dt$  zmienia znak

$$(28) \quad H_{hist} = K_{hist} (B - B_{odw})$$

gdzie:  $B_{odw}$  - indukcja punktu odrotnego, T (rys.4).



Rys. 4. Zasada modelowania histerezy magnetycznej

Pętla  $H=f(B)$  między punktami A i A' jest tworzona przez dodanie zależności (28) do (27)

$$(29) \quad H = H_p + H_{hist}$$

Dla pętli symetrycznej i po uwzględnieniu stratności na histerezę

$$(30) \quad \Delta P_h = C_h f B^s$$

gdzie:  $C_h = 5,2 \cdot 10^{-3}$ ;  $s \approx 2$  dla  $B \leq 2,1 T$

i zależność (28) jest zapisywana w formie

$$(31) \quad H = H_p + K_h 2B$$

$$\text{gdzie: } K_h = \frac{1}{4} C_h f$$

Kształt pętli histerezy jest więc zależny od stratności histerezowej materiału rdzenia.

Indukcyjności rozproszenia  $L_{lr} \div L_{6r}$  wyraża zależność [7]:

$$(32) \quad L_{rp} = L_{rw} = 0,5 L_s$$

gdzie:  $L_{rp}, L_{rw}$  - indukcyjności rozproszenia uzwojenia pierwotnego i wtórnego, H,  $L_s$  - indukcyjność zwarcia, H

$$(32) \quad L_s = 2\pi\mu_0 \frac{z^2}{h} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} + \frac{r_4^2 - r_3^2}{2} \right) + \frac{r_3^2 - r_2^2}{2} \right]$$

gdzie:  $r_1, r_2, r_3, r_4$  - promienie uzwojeń pierwotnych i wtórnych, m;  $z$  - liczba zwojów, -;  $h$  - wysokość uzwojeń, m [11].

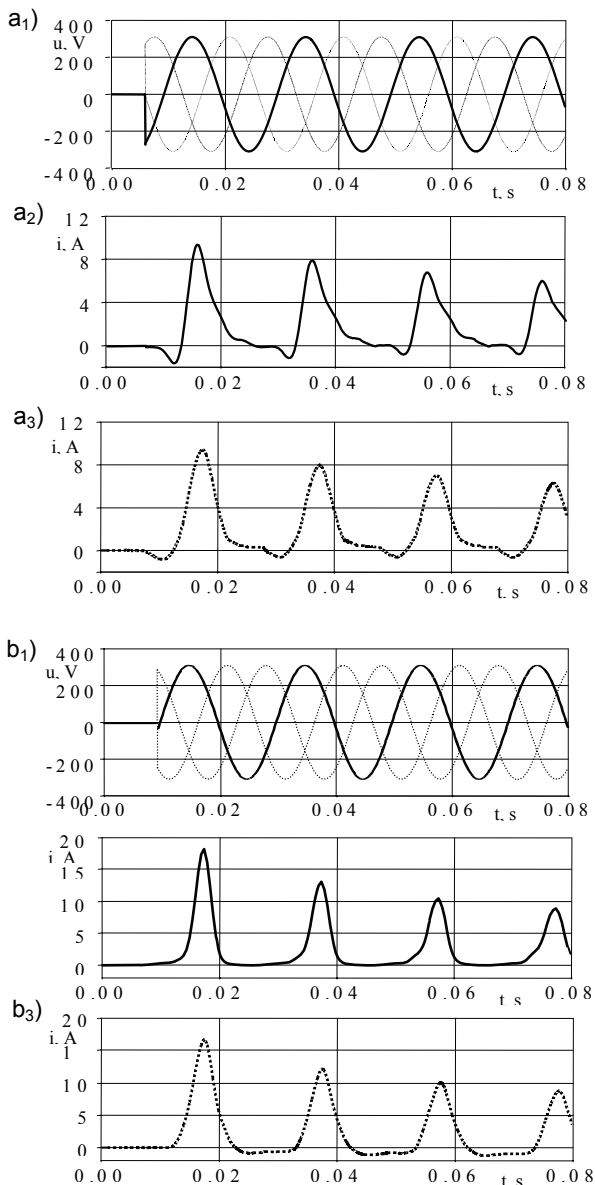
Rezystancja  $R_{Fe}$ , reprezentująca straty w rdzeniu [11]:

$$(33) \quad R_{Fe} = U^2 / P_c$$

gdzie:  $U$  - napięcie uzwojenia, V,  $P_c$  - straty w rdzeniu, W,  $P_c = K_b \sum m_i (C_e f^2 B^2 + C_h f B^3)$  gdzie:  $m_j$  - masa  $i$ -tego elementu rdzenia, kg;  $f$  - częstotliwość, Hz;  $C_e = 7,5 \cdot 10^{-4}$ ;  $K_b = 0,91 B^2 - 2,68 B + 3,31$  dla  $1,2T \leq B \leq 2T$

### Wyniki symulacji i badań

Przy zastosowaniu modelu wykonano symulacje przebiegów prądów załączania wybranego transformatora. Był to transformator trójfazowy  $S_n=10kVA$  (Y/y); 380/13V ( $z_1=180$  zw,  $z_2=6$  zw). Wyznaczono przebiegi prądów po załączeniu transformatora w wybranych momentach czasowych napięcia. Wyniki obliczeń oraz i wyniki rejestracji prądów przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Przebiegi napięć fazowych i prądów załączania transformatora: a<sub>1</sub>, b<sub>1</sub> - przebiegi napięć; a<sub>2</sub>, b<sub>2</sub> - przebiegi teoretyczne prądów załączania transformatora; a<sub>3</sub>, b<sub>3</sub> - wyniki rejestracji prądów

Przebiegi prądów załączania transformatorów znacznie różnią się od przebiegów ustalonych. Prądy maleją z upływem czasu, a stan nieustalony trwa do kilkunastu okresów napięcia zasilającego. Wartości maksymalne prądów fazowych sięgają kilkakrotnym wartościom prądów ustalonych. Zarówno przebiegi czasowe jak i wartości maksymalne prądów załączania transformatorów są zależne od fazy napięcia sieci zasilającej.

### Podsumowanie

Podczas załączania transformatorów płyną chwilowe prądy o dużych wartościach maksymalnych, powodujących generowanie sił elektrodynamicznych wewnątrz uzwojeń oraz mających wpływ na jakość energii. W artykule przedstawiono analizę prądów złączania transformatorów na podstawie symulacji komputerowych prądów wykonanych przy użyciu modelu matematycznego transformatorów trójfazowych. Uwzględniono w nim zjawiska nasycenia, histerezy magnetycznej rdzenia. Wyniki obliczeń oraz wyniki badań uwidaczniają charakter zmian prądów załączania transformatorów oraz zależność ich wartości maksymalnych od fazy napięcia zasilającego.

### LITERATURA

- [1] Smith K. S., Transformer inrush studies for wind farm grid connections, Int. Conf. on Power. System Transients, IPST'2005, Montreal, 2005, paper IPST05 - 026
- [2] Cui Y., Abdulsalam G., Chen S., Xu W., Ansequential phase energisation technique. part i: simulation and experimental results, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 20, No. 2, 2005, pp. 943 - 949
- [3] Abdulsalam G., Xu W., Dinavahi V., Modelling and simulation of three-phase transformers for inrush current studies, *IEE Proc.: Gener., Trans. and Distr.*, Vol. 152, No. 3, 2005, pp. 328-333
- [4] Pikler L., Bánafi G., Bán G., Becker P., Reducing the magnetizing inrush current by means of controlled energization and de-energization of large power transformers, Int. Conf. on Pow. Syst. Trans. IPST'2003, New Orleans, 2003, pap. 9d-4
- [5] Abdulsalam S. G., Xu W., Analytical study of transformer inrush current transients and its applications, Int. Conf. on Pow. Syst. Trans. IPST'2005, Montreal, 2005, paper IPST05-140
- [6] Cui Y., Abdulsalam S. G., Chen S., Xu W., A sequential phase energization technique for transformer inrush current reduction-Part I: Simulation and experimental results, *Trans. on Pow. Deliv.*, Vol. 20, No. 2, April, 2005, pp. 943-949
- [7] Chen X. S., Neudorfer P., Digital model for transient studies of a three-phase five-legged transformer. *IEE Proc. - C*, Vol. 139, No. 4, 1992, pp. 351-358
- [8] Arturi C. M., Transient simulation and analysis of a three-phase five-limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization, *Trans. on Power Delivery*, Vol. 5, No. 1, 1991, pp. 196-207
- [9] Leon F., Semlyen A., A simple presentation of dynamic hysteresis losses in power transformers, *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 10, No. 1, 1995, pp. 315-321
- [10] Semlyen A., Rajaković N., Harmonic domain modeling of laminated iron core, *Trans. on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, 1989, pp. 382-390
- [11] Elleuch M., Poloujadoff M., A contribution to the modeling of three phase transformers using reluctances, *IEEE Trans. on Magn.* Vol. 32, No. 2, 1996, pp. 335-343

Autor: dr hab. inż. Jakub Furgał, Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Elektroenergetyki, 30 - 059 Kraków, al. Mickiewicza 30 e-mail: [furgal@agh.edu.pl](mailto:furgal@agh.edu.pl)