Szczepan MOSKWA, Romuald WŁODEK

Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie, Katedra Elektroenergetyki

Zastosowanie modelu systemu kolejkowego do optymalizacji kosztów obsługi diagnostycznej

Streszczenie. *Rosnące znaczenie czynnika ekonomicznego w eksploatacji urządzeń elektroenergetycznych, jest przyczyną poszukiwania przez przedsiębiorstwa energetyczne najbardziej efektywnych metod zarządzania majątkiem sieciowym i zasobami ludzkimi. Referat przedstawia model obsługi kolejkowej urządzeń elektroenergetycznych w celu optymalizacji obsługi diagnostycznej urządzeń pod kątem jej kosztów. Wynikiem przeprowadzonej analizy jest wyznaczenie optymalnej liczby ekip dla danej grupy urządzeń.*

***Abstract**. **(Application of queue system model to optimization of diagnostic maintenance costs).** The growing meaning of economy in exploitation of power electrical devices is the cause of power distribution company search for the most effective methods of asset and human management. The paper presents queue model of diagnostic maintenance of power electric devices for optimization of diagnostic maintenance costs. The result of simulation is optimal number of maintenance teams.*

Słowa kluczowe: diagnostyka, system kolejkowy, optymalizacja
Keywords: diagnostic, queue system, optimization

Wstęp

Jednym z istotnych czynników wpływających na koszty diagnostyki są nakłady na utrzymanie odpowiedniej liczby ekip pomiarowych i remontowych, zapewniających żądaną intensywność obsług oraz czas ich trwania. Uwzględniając sytuację społeczno-ekonomiczną, istotnym czynnikiem jest wyznaczenie optymalnej liczby ekip, która z jednej strony będzie w stanie wystarczająco szybko wykonywać wszelkie obsługi diagnostyczne (począwszy od badań aż do przywrócenia stanu zdatności) urządzeń ze względu na koszty przestoju w pracy urządzenia, a z drugiej strony nie będzie konieczna redukcja zatrudnienia przy nadmiernej liczbie ekip.

Analizę procesu obsługi danej grupy urządzeń można przeprowadzić z wykorzystaniem teorii kolejek i modelu systemu ze stałą intensywnością zgłoszeń urządzeń do obsługi oraz stałym średnim czasem obsługi. Ponieważ w ramach jednego przedsiębiorstwa energetycznego można wydzielić wiele różnych grup urządzeń o różnych czasach pomiędzy obsługami, symulację można przeprowadzić dla każdego takiego zbioru oddzielnie [1]. W celu wyznaczenia liczebności grupy do obsługi, urządzenia takie jak linie elektroenergetyczne napowietrzne i kablowe można traktować jako grupę urządzeń, przyjmując jako element jednostkowy 1 kilometr linii. Wówczas, przykładowo linia o długości 124 km może być modelowana jako system 124 elementowy z intensywnością zgłoszeń przeliczoną na 1 km.

Model matematyczny

Do analizy procesu realizacji badań i napraw, jak również systemu zgłoszeń do obsługi urządzeń, można przyjąć model systemu kolejkowego typu M/M/m/FIFO/N/F [2, 3], którego graf jest przedstawiony na rysunku 1.

W celu optymalizacji nakładów na diagnostykę przyjęto założenie stałej liczby (w rozpatrywanym okresie czasu) urządzeń podlegających obsłudze. Wielkością poszukiwaną ze względu na całkowite koszty obsługi jest minimalna liczba ekip.

Rozpatrywany model kolejkowy jest systemem zamkniętym (o stałej liczbie elementów) i charakteryzuje się wykładniczym rozkładem czasów obsługi oraz intensywności zgłoszeń, czyli uszkodzeń. Realizacja zgłoszeń do obsługi odbywa się zgodnie z kolejnością zgłoszeń, według dyscypliny kolejki typu FIFO (ang. *First In First Out*) – „pierwsze przyszło, pierwsze wychodzi” [4].

Zgodnie z grafem stanów dla rozpatrywanego modelu (rys.1) przejście ze stanu S_0 (brak urządzeń w obsłudze) do stanu S_1 (1 urządzenie w obsłudze) może nastąpić z intensywnością będącą iloczynem liczby elementów systemu N i intensywności zgłoszeń dla każdego z nich – λ. Wszystkie zgłoszenia do stanu S_m, odpowiadającego liczbie zgłoszeń równej liczbie ekip mogących dokonać obsługi, są obsługiwane na bieżąco. Wszystkie stany dla $m < j \le N$ odpowiadają oczekiwaniu na obsługę.

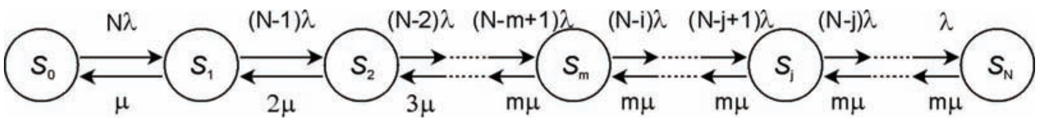
Prawdopodobieństwo znalezienia się urządzenia w stanie z obsługą bieżącą p_i dla przyjętego modelu jest równe:

(1) $$p_i = \frac{N!}{i!(N-i)!}\rho^i p_0 \qquad \text{dla} \qquad i = 1,\ldots,m$$

gdzie: $\rho = \lambda / \mu$.

Natomiast prawdopodobieństwo przebywania w stanie S_j odpowiadającym oczekiwaniu na obsługę jest równe:

(2) $$p_j = \frac{N!}{m!m^{j-m}(N-j)!}\rho^i p_0 \quad \text{dla} \quad j = m+1,\ldots,N$$



Rys.1. Graf stanów systemu kolejkowego obsługi urządzeń elektroenergetycznych; λ – intensywność zgłoszeń, μ – intensywność obsługi, N – liczba elementów systemu, m – liczba ekip obsługujących

Oba prawdopodobieństwa wyrażone wzorami (1) i (2) są zależne od wartości prawdopodobieństwa p_0 przebywania systemu w stanie S_0. Prawdopodobieństwo p_0 można wyznaczyć uwzględniając powyższe zależności oraz warunek normalizujący:

$$\sum_{k=0}^{k=N} p_k(t) = 1 \tag{3}$$

wówczas:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m} C_N^j \rho^j + \sum_{k=m}^{N} C_N^j \frac{\rho^j j!}{m! m^{j-m}}} \tag{4}$$

Proces optymalizacji liczby ekip pomiarowo-remontowych przedstawiono poniżej na przykładzie czysto teoretycznym, dla którego przyjęto założenia, że liczebność grupy urządzeń (np. transformatorów) jest stała dla przyjętych obliczeń i wynosi N = 100. Zakłada się, że poza okresami obsługi przeglądów diagnostycznych i eksploatacyjnych wszystkie urządzenia są w ruchu. Wszystkie prace związane z obsługą diagnostyczną są wykonywane przez jedną z *m* ekip.

Poniższe obliczenia zostały wykonane tylko dla przykładowych założeń i wielkości, które mogą być takie same dla różnych grup urządzeń.

Optymalizacja liczby ekip obsługi

Założenia przyjęte do obliczeń są następujące:

- każdy urządzenie może być wyłączone z ruchu z prawdopodobieństwem o rozkładzie Poissona, dla którego wartość oczekiwana równa jest λ,
- dla uproszczenia wszystkie urządzenia są traktowane jako identyczne,
- czasy wyłączenia z ruchu pojedynczego urządzenia ze względu na obsługę i odnowę, są zmiennymi losowymi niezależnymi od siebie i podlegają rozkładowi wykładniczemu o wartości średniej $\mu^{-1} = t_0$, równej średniemu czasowi potrzebnemu na odnowę stanu urządzenia,
- koszt pracy jednej ekipy w jednostce czasu wynosi c_1,
- koszt wyłączenia z ruchu danego transformatora wynosi c_2,
- i jest liczbą ekip wykonujących prace obsługowe,
- j jest liczbą zgłoszeń do obsługi.

Rozwiązaniem optymalnym dla rozpatrywanego przypadku jest znalezienie liczby ekip m, dla której funkcja celu osiągnie minimum, przy założeniu, że w danej chwili t jest wyłączone z ruchu n_t urządzeń. Ponieważ poszukiwaną wartością minimalną są koszty ponoszone na obsługę uszkodzonych urządzeń przyjęta funkcja celu uwzględnia zarówno koszty obsługi jak również koszty wyłączenia z pracy urządzenia:

$$f(m) = c_1 m + c_2 \overline{n} \tag{5}$$

gdzie: m – liczba ekip remontowych, $\overline{n}$ – średnia liczba uszkodzonych obiektów.

Dla przyjętego modelu systemu kolejkowego średnia liczba uszkodzonych obiektów jest zależna od średniej ilości obsług wykonywanych przez ekipy obsługi $\overline{m}$ oraz stosunku intensywności uszkodzeń do intensywności obsług, zgodnie ze wzorem:

$$\overline{n} = N - \frac{\overline{m}}{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} n p_n \tag{6}$$

Średnią liczbę obsług wyznacza się dla przyjętego modelu z zależności [4]:

$$\overline{m} = \sum_{i=0}^{m-1} i p_i + m \sum_{k=m}^{N} p_k = \sum_{i=0}^{m-1} i p_i + m\left(1 - \sum_{i=0}^{m-1} p_i\right) \tag{7}$$

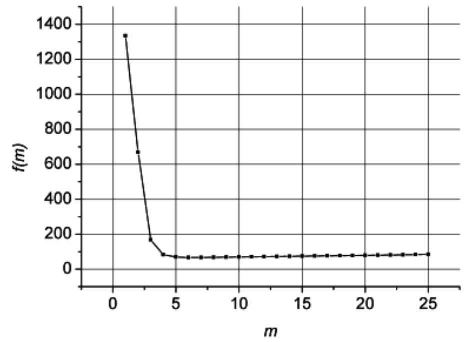
Zgodnie z powyższym oraz zależnościami przedstawionymi w [2], funkcja celu przyjmuje końcową postać:

$$f(m) = c_1 m + \frac{c_2}{1+\rho}\left[\rho N + \frac{m \sum_{j=m+1}^{N} C_N^j \frac{j!\rho!}{m! m^{j-m}}}{\sum_{1}^{m-1} C_N^j \rho^j + \sum_{j=m}^{N} C_N^j \frac{j!\rho!}{m! m^{j-m}}}\right] \tag{8}$$

Wyniki obliczeń funkcji celu w zależności od liczby ekip m oraz średniej liczby obsług $\overline{n}$ (będącej funkcją m), przy stałych wartościach λ = 0,03 [doba^{-1}], μ^{-1} = 1 [doba], c_1 = 1, c_2 = 20 oraz N = 100 przedstawione zostały w tabeli 1 oraz na wykresie (rys.2). Najmniejsze wartości całkowitych kosztów obsługi dla powyższych danych są dla liczby ekip m = 6 oraz 7 (wartość dyskretne). Na tej podstawie można przyjąć, że dla badanego przykładu najbardziej korzystną liczbą ekip obsługi, ze względu na koszty jest sześć.

Tabela 1. Wyniki symulacji wartości funkcji celu *f(m)* w zależności od liczby ekip m i średniej liczby obsług $\overline{n}$, przy stałych wartościach λ = 0,03, μ^{-1} = 1

m	f(m)	$\overline{n}$	m	f(m)	$\overline{n}$
1	1334,33	66,7	11	70,29	2,96
2	668,72	33,3	12	71,29	2,96
3	168,12	8,25	13	72,29	2,96
4	82,66	3,93	14	73,29	2,96
5	69,27	3,21	15	74,29	2,96
6	66,67	3,03	16	75,29	2,96
7	66,67	2,98	17	76,29	2,96
8	67,39	2,97	18	77,29	2,96
9	68,32	2,96	19	78,29	2,96
10	69,30	2,96	20	79,29	2,96

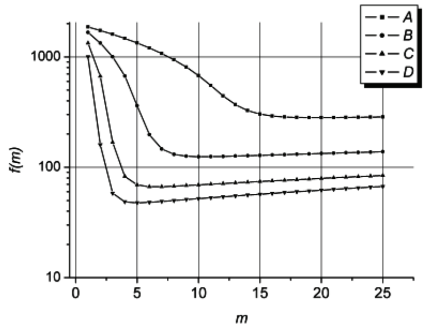


Rys.2. Wykres całkowitych kosztów obsługi grupy urządzeń w zależności od liczby ekip remontowych *f(m)*, dla wartości λ = 0,03 [doba^{-1}], μ^{-1} = 1 [doba], c_1 = 1, c_2 = 20 oraz N = 100

Analiza wpływu poszczególnych parametrów na przebieg funkcji celu

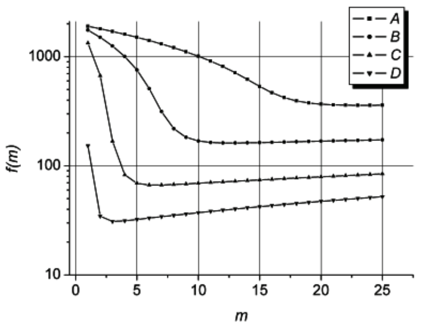
Dodatkowo, analizując otrzymane wyniki można zauważyć, iż dużo bardziej znaczący wpływ na sumaryczne koszty obsługi ma brak dostatecznej liczby ekip niż ich nadmiar. Małe zmiany wartości funkcji celu po osiągnięciu minimum wynikają również ze stosunku kosztów wyłączenia urządzenia z ruchu c_2 oraz kosztu pracy pojedynczej ekipy c_1. Zależność (8) jest funkcją wielu zmiennych, które można modelować. W celu wyznaczenia wpływu intensywności zgłoszeń oraz napraw, jak również kosztów przestoju urządzeń i liczebności systemu na przebieg funkcji celu, przeprowadzono dodatkowe obliczenia, których wyniki zostały przedstawione na wykresach (rys.3, 4, 5, 6).

Analiza wpływu intensywności obsług (czasu obsługi) urządzeń μ, a więc czasu wykonania obsługi, przedstawiona na wykresie (rys.3) wskazuje, iż wzrost intensywności μ wpływa nie tylko na przesunięcie residuum funkcji w lewo, wraz ze zmniejszaniem się wartości m, ale jednocześnie zdecydowanie obniża koszty obsługi diagnostycznej. Z ekonomicznego punktu widzenia korzystniej jest utrzymywać mniejszą liczbę ekip o wysokiej wydajności, niż proporcjonalną większą liczbę o mniejszej wydajności obsług. Zależność pomiędzy wartościami funkcji celu i intensywnością obsług nie jest liniowa.



Rys.3. Analiza wpływu intensywności obsług (czasu naprawy urządzenia); dane obliczeniowe: N = 100, λ = 0,03 [doba^{-1}], c_1 = 1, c_2 = 20 oraz A: μ = 0,2 [doba-^{1}], B: μ = 0,5 [doba^{-1}], C: μ = 1 [doba^{-1}], D: μ = 1,5 [doba^{-1}]

Podobny wpływ na przebieg funkcji celu ma intensywność zgłoszeń do obsługi. Dla tej samej grupy urządzeń i tych samych współczynników kosztów oraz stałej intensywności obsług, wyznaczono przebiegi funkcji celu dla różnych wartości λ (rys.4).

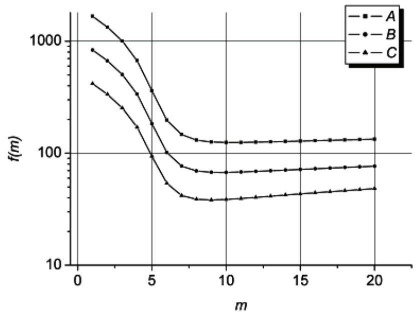


Rys.4. Analiza wpływu intensywności zgłoszeń (uszkodzeń) do obsługi; dane obliczeniowe: N = 100, μ^{-1} = 1 [doba], c_1 = 1, c_2 = 20 oraz A: λ = 0,2 [doba^{-1}], B: λ = 0,08 [doba^{-1}], C: λ = 0,03 [doba^{-1}], D: λ = 0,01 [doba^{-1}]

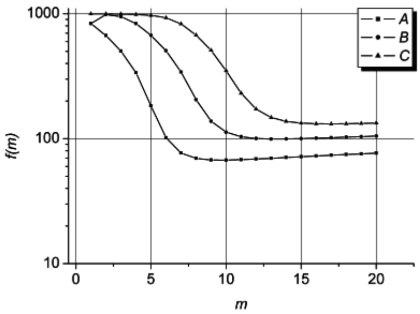
Wraz ze zmniejszaniem się intensywności zgłoszeń można zaobserwować zmniejszenie się kosztów obsługi oraz liczby ekip wymaganej do realizacji obsług bez przestojów.

Zmiana wartości współczynnika c_2 – kosztów wyłączenia urządzenia z ruchu wpływa jedynie na wysokość podnoszonych kosztów obsługi (rys. 5). Zgodnie z oczekiwaniami tendencja zmian jest proporcjonalna do zmian wartości współczynnika c_2 – mniejsze koszty przestoju, mniejsze koszty obsługi. Podobna zależność jest również zauważalna przy zmianie stosunku c_1 do c_2.

Analiza wpływu liczebności obsługiwanego systemu na koszty obsługi wskazuje największy wpływ na funkcję celu (rys.6). Oprócz wzrostu kosztów wraz ze wzrostem liczby obiektów w systemie, jak również wzrostu wymaganej liczby ekip potrzebnych do obsługi urządzeń bez oczekiwania na obsługę, widać również największy wzrost wartości funkcji celu w przypadku mniejszej liczby ekip niż optymalna.



Rys.5. Analiza wpływu kosztów obsług i napraw na przebieg funkcji celu; dane obliczeniowe: N = 100, λ = 0,03 [doba^{-1}], μ^{-1} = 1 [doba], c_1 = 1 oraz A: c_2 = 20, B: c_2 = 10, C: c_2 = 5



Rys.6. Zależność optymalnej liczby ekip obsługi od liczebności systemu; dane obliczeniowe: λ = 0,03 [doba^{-1}], μ^{-1} = 1 [doba], c_1 = 1, c_2 = 20 dla A: N = 100, B: N = 150, C: N = 200

Podsumowanie

Przeprowadzone wyniki symulacji na podstawie prezentowanego modelu wskazały na możliwość optymalizacji kosztów obsługi diagnostycznej. Poszukiwaną wielkością optymalną była liczba ekip pomiarowo – remontowych ze względu na koszt tej obsługi. Jednocześnie wskazano wpływ poszczególnych składowych przyjętej funkcji celu na jej przebieg i optymalną liczbę ekip.

Szczególną zaletą proponowanego modelu jest możliwość dopasowania wartości składowych funkcji celu do danej grupy urządzeń mając na uwadze różnorodność ich konstrukcji oraz warunki eksploatacji.

LITERATURA

[1] Włodek R., Moskwa Sz. *Application of stochastic processes theory to diagnostic of high voltage devices*, 6th International Scientific Conference ELECTRIC POWER ENGINEERING 2003, (2003),
[2] Filipowicz B., *Modelowanie i optymalizacja systemów kolejkowych. Część I Systemy markowskie*, Przedsiębiorstwa Poligraficzne T.Rudkowski, (1995)
[3] Davis M.H.A., *Markov Models and Optimization*, Chapman & Hall, (1993)
[4] Filipowicz B., *Badania operacyjne, analiza i synteza systemów obsługi i sieci kolejkowych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, (1996)

Autorzy: prof. dr hab. inż. Romuald Włodek, Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Elektroenergetyki, al. A. Mickiewicza 30/B1, 30-059 Kraków, e-mail: gewlodek@cyf-kr.edu.pl;
dr inż. Szczepan Moskwa Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Elektroenergetyki, al. A. Mickiewicza 30/B1, 30-059 Kraków, e-mail: szczepan@agh.edu.pl