

Ujednorodnienie właściwości dielektryków w modelowaniu numerycznym złożonych układów

Seminarium



Bogusław Butryło

Politechnika Białostocka

Wydział Elektryczny

17 stycznia 2024 r.

1

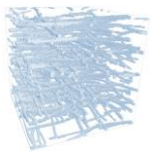
Plan prezentacji

- Uzasadnienie tematyki
- Sformułowanie zagadnienia
- Ograniczenia fizyczne
- Ograniczenia numeryczne
- Ujednorodnienie danych materiałowych
- Materiały dyspersyjne
- Szerokopasmowa metoda FE
- Przykłady: układy z materiałami dyspersyjnymi
- Podsumowanie

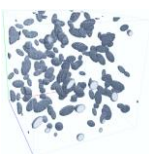
2

Uzasadnienie tematyki: rozwiązania techniczne

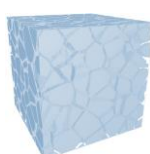
- Ponad 70% innowacji technicznych bezpośrednio lub pośrednio wynika z zastosowania zaawansowanych materiałów (m.in. materiały złożone, materiały inteligentne, itp.);
- Znacząca, stale rosnąca rola materiałów kompozytowych w technologiach elektronicznych;



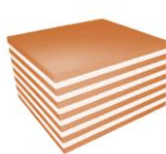
Inkluzje: włókna



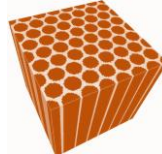
Inkluzje: elipsoidalne



Struktury komórkowe



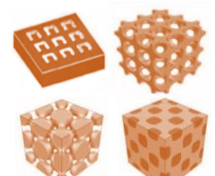
Układy warstwowe



Układy periodyczne (2D), dielektryki



Periodyczne: dielektryk - metal



Metamateriały

3

Uzasadnienie tematyki: modelowanie numeryczne

- Zjawiska elektromagnetyczne w materiałach o złożonej strukturze:
 - odwzorowanie właściwości fizycznych;
 - ocena materiałów ze względu na funkcjonalnie nowe właściwości.
- Zagadnienia dużej skali z uwzględnieniem jednorodności materiałowej.

Wiarygodność metod modelowania numerycznego.

Analiza układów rzeczywistych, złożonych ze względu na geometrię, strukturę.

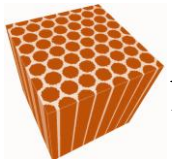
- Modelowanie numeryczne zagadnień polowych.
- Wykorzystanie metod przybliżonych (rozwiązanie równań różniczkowych):
 - FEM: finite element method;
 - FDTD: finite difference time domain;
 - FD: finite difference method;
 - MoM: method of moments;
 - FVM: finite volume method;
 - ...

4

Sformułowanie zagadnienia

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = f(x, y, z, t)$$

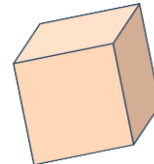
$$\nabla^2 \vec{B} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = f(x, y, z, t)$$



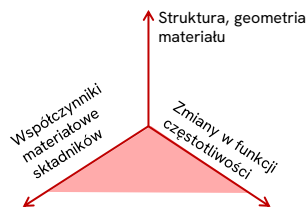
$\{\epsilon_1(f), \epsilon_2(f), \dots, \epsilon_N(f)\}$
 $\{\mu_1(f), \mu_2(f), \dots, \mu_N(f)\}$
 $\{\sigma_1(f), \sigma_2(f), \dots, \sigma_N(f)\}$

ujednorodnienie

$\epsilon_z(f)$
 $\mu_z(f)$
 $\sigma_z(f)$



- Stopień złożoności modelu (liczba DoF).
- Ograniczona moc obliczeniowa.
- Ograniczona dostępna pamięć.
- Zachowanie ogólnych zasad modelowania.

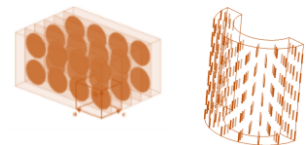


- Odzworowanie zjawisk fizycznych.
- Pominięcie części efektów wynikających ze struktury i właściwości materiału.
- Stosowane metody przybliżenia.

Sformułowanie zagadnienia

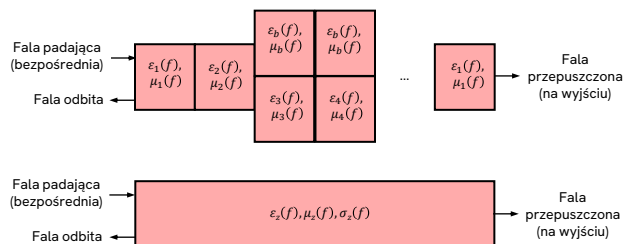
Czynniki wpływające na efektywne właściwości materiałów złożonych:

- struktura materiału: kompozyty warstwowe, hybrydowe (cząsteczkowe), polimerowe (włóknowe);
- rodzaj materiałów składowych;
- szerokopasmowe właściwości materiałów (dyspersja elektryczna);
- geometria metakomórek.

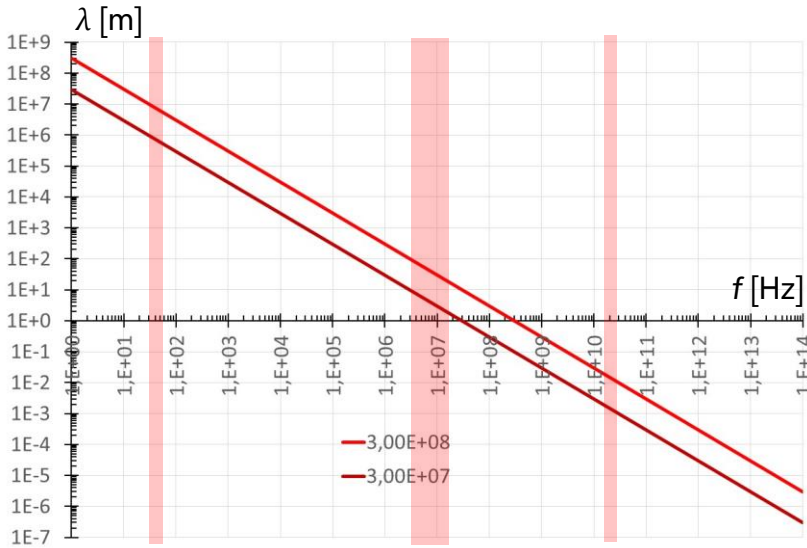


Analiza szerokopasmowa :

- układy impulsowe;
- zagadnienie niestacjonarne.



Ograniczenia fizyczne



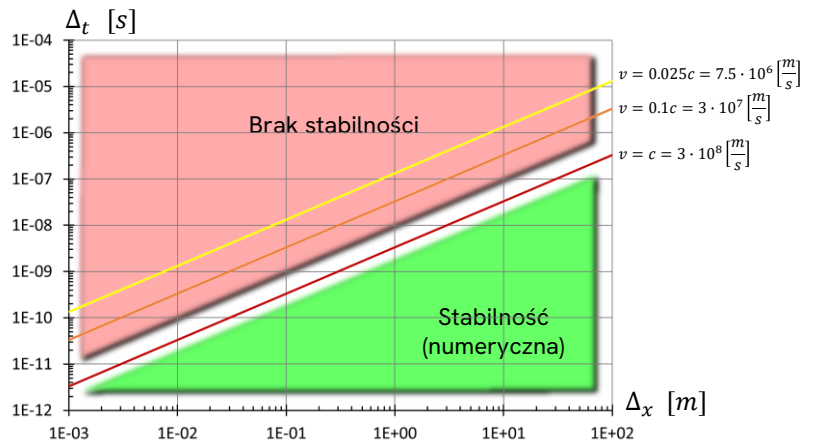
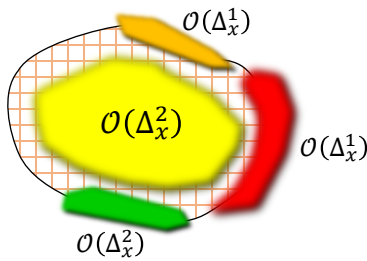
$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

$$\left\{ \Delta_x, \Delta_t, D, \frac{\Delta_x}{\Delta_t} \right\}$$

7

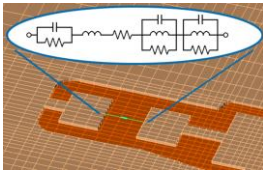
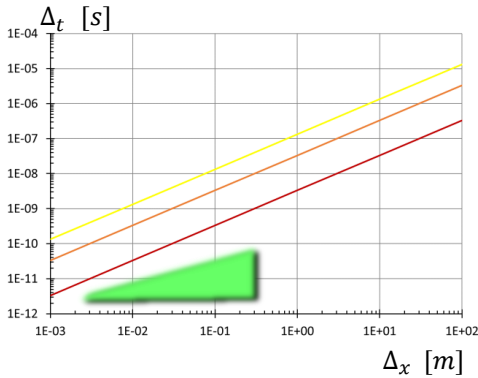
Ograniczenia numeryczne



- Warunek CFL: $0 \leq \Delta_t \leq \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{\Delta_x}{v}$
- Najgorszy przypadek: $v = c$

8

Ograniczenia numeryczne



Wielkość siatki:

$$\Delta_x \leq \frac{\lambda}{2}$$

Wielkość kroku czasowego:

$$\Delta_t \leq \frac{1}{2f_{max}}$$

Warunek CFL:

$$0 \leq \Delta_t \leq \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{\Delta_x}{v}$$

Błąd przybliżenia numerycznego: $(\mathcal{O}(\Delta_x^2) + \mathcal{O}(\Delta_t^2))$

$$\Delta_x \leq \frac{\lambda}{10} \dots \frac{\lambda}{20} \dots$$

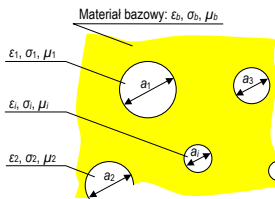
$$\Delta_t \leq \frac{1}{10f_{max}} \dots \frac{1}{20f_{max}} \dots$$

Ujednorodnienie

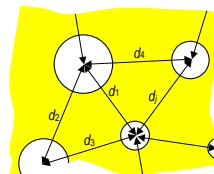
$$[\underline{\varepsilon}_b \quad \underline{\varepsilon}_1 \quad \dots \quad \underline{\varepsilon}_i \quad \dots \quad \underline{\varepsilon}_I] \xrightarrow{\text{ujednorodnienie}} \underline{\varepsilon}_z(\omega)$$

Założenia:

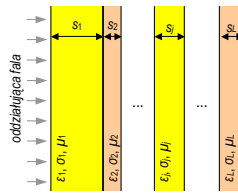
- równomierny rozkład domieszek w materiale bazowym;
- spełniony warunek quasi-stacjonarności;
- zastępczy materiał wykazuje właściwości izotropowe.



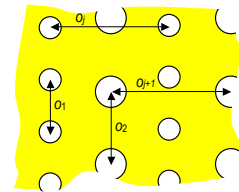
$$\max\{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_I\} < \frac{\lambda_k}{w}$$



$$\max\{d_1, d_2, \dots, d_j, \dots\} < \frac{\lambda_b}{w}$$

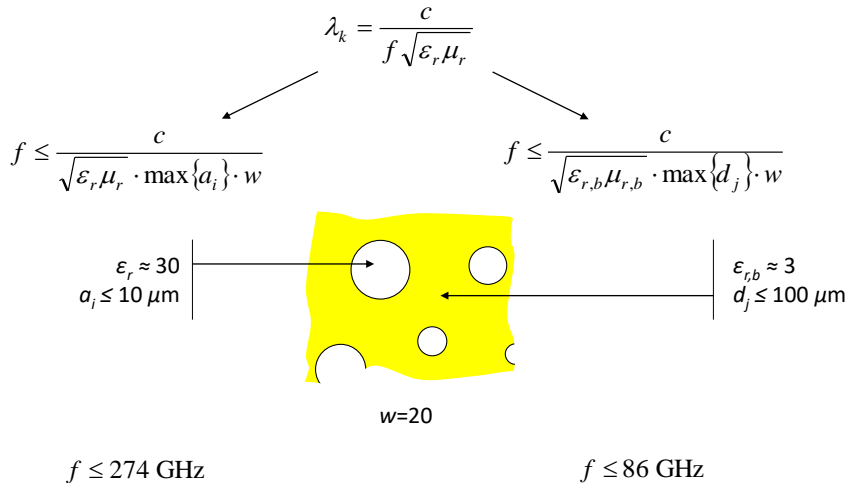


$$s_j < \frac{\lambda_j}{w} \wedge \sum_{j=1}^{N_j} s_j < \frac{\lambda_z}{w}$$



$$\max\{o_1, o_2, \dots, o_j, \dots\} < \frac{\lambda_b}{w}$$

Ujednorodnienie: ograniczenia



11

Ujednorodnienie: schemat działania

Metody analityczne: mieszania właściwości

- Maxwell - Garnett

$$\underline{\epsilon}_{ef} = \underline{\epsilon}_b + 3p\underline{\epsilon}_b \frac{\underline{\epsilon}_i - \underline{\epsilon}_b}{\underline{\epsilon}_i + 2\underline{\epsilon}_b - p(\underline{\epsilon}_i - \underline{\epsilon}_b)}$$

- Bruggeman

$$(p-1) \frac{\underline{\epsilon}_b - \underline{\epsilon}_{ef}}{\underline{\epsilon}_b + 2\underline{\epsilon}_{ef}} = p \frac{\underline{\epsilon}_i - \underline{\epsilon}_{ef}}{\underline{\epsilon}_i + 2\underline{\epsilon}_{ef}}$$

- Eliot (coherent potential)

$$\underline{\epsilon}_{ef} = \underline{\epsilon}_b + p(\underline{\epsilon}_i - \underline{\epsilon}_b) \frac{3\underline{\epsilon}_{ef}}{3\underline{\epsilon}_{ef} + (1-p)(\underline{\epsilon}_i - \underline{\epsilon}_b)}$$

Modelowanie (metody numeryczne)

- struktura niejednorodna;
- znane (szacowane) wartości materiałowe składników;
- złożona szerokość i struktura warstw;

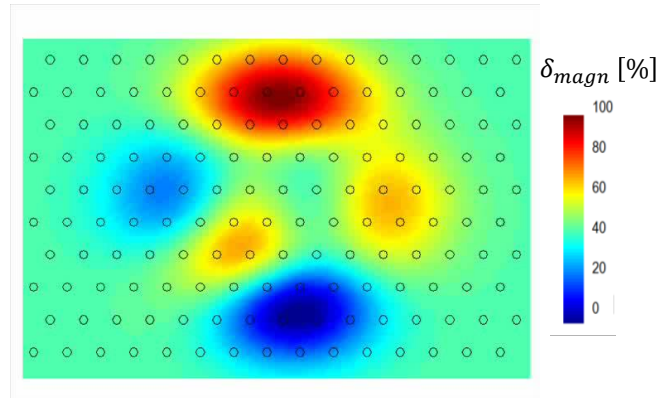
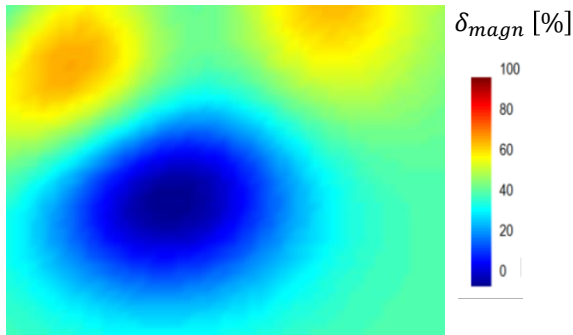
Algorytm optymalizacji z ograniczeniami

- struktura jednolita (jeden materiał) oraz znana szerokość warstwy;
- obliczenia współczynnika odbicia na podstawie zależności analitycznych - obliczenia parametrów zastępczych;

12

Ujednorodnienie: schemat działania

Algorytm optymalizacji z ograniczeniami



13

Struktura materiału i dyspersja elektryczna

- Obszar odwzorowany przez dane materiałowe.
- Odwzorowanie przez dobrane elementy (funkcje bazowe, warunki brzegowe):

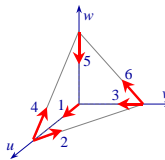
$$\text{rot} \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \text{rot} \vec{E} + \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0$$

$$\vec{H} = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \int \text{rot} \vec{E} dt$$

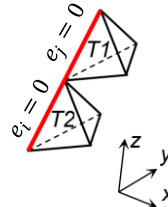
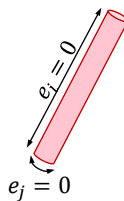
Model przewodników

Model dielektryków

$$\vec{W}_i = \lambda_k \text{grad} \lambda_m - \lambda_m \text{grad} \lambda_k$$

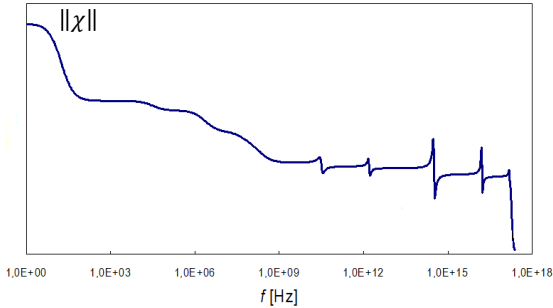


$$\vec{e}(t) = \sum_{i=1}^{N_k} E_i(t) \vec{W}_i$$



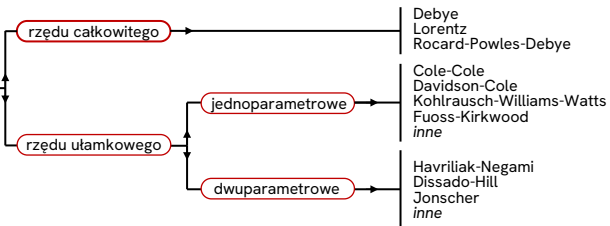
14

Dielektryki: dyspersja elektryczna



$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E} + \varepsilon_0 \underline{\chi} * \mathbf{E}$$

$$\underline{\chi}(\omega) = \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)$$



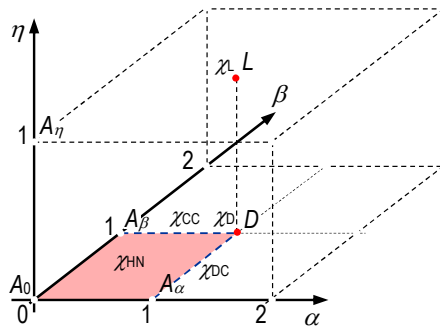
15

Dielektryki: dyspersja elektryczna

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^P \chi_p(\omega)$$

$$\underline{\chi}_D(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon}{1 + j\omega\tau}$$

$$\underline{\chi}_L(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2j\omega\nu - \omega^2}$$



$$\underline{\chi}_{HN}(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon}{(1 + (j\omega\tau)^\alpha)^\beta}$$

$$\underline{\chi}(\omega) = \frac{\Delta_\varepsilon}{\left(1 + \left(j\frac{\omega\nu}{\omega_0^2}\right)^\alpha\right)^\beta + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2\eta}}$$

$$\underline{\chi}_p(\omega) \equiv \underline{\chi}_D(\omega) = \frac{a_p \Delta_\varepsilon}{1 + j\omega\tau_p}$$

$$\underline{\chi}_p(\omega) \equiv \underline{\chi}_L(\omega) = \frac{a_p \Delta_\varepsilon \omega_{0,p}^2}{\omega_{0,p}^2 + 2j\omega\nu_p - \omega^2}$$

16

Szerokopasmowa metoda FE

$$\underline{\varepsilon}_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^P \chi_p(\omega)$$

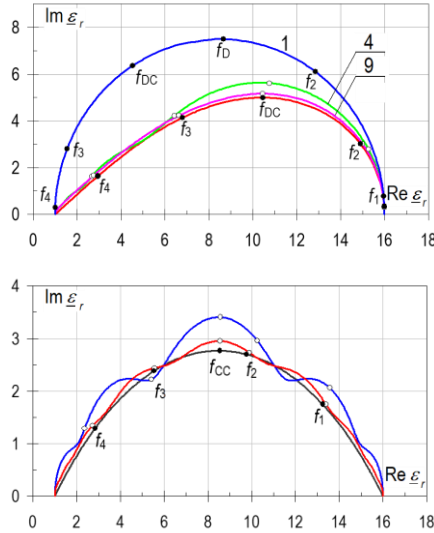
$$\mathbf{D}(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}(t) + \varepsilon_0 \sum_{p=1}^P \phi_p e^{-\varphi_p t} * \mathbf{E}(t)$$

$$\chi_D(\omega) = \frac{\Delta \varepsilon}{1 + j\omega\tau}$$

$$\phi_p(t) = \frac{\Delta \varepsilon}{\tau_p} \quad \varphi_p(t) = \frac{1}{\tau_p}$$

$$\chi_L(\omega) = \frac{\Delta \varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2j\omega\nu - \omega^2}$$

$$\phi_p(t) = -j \frac{\Delta \varepsilon \omega_{0,p}^2}{\omega_{d,p}} \quad \varphi_p(t) = \nu_p - j\omega_{d,p}$$



17

Szerokopasmowa metoda FE

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times \mathbf{E} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \sum_{p=1}^P \varepsilon_0 a_p \frac{\partial^2 \mathbf{c}_p}{\partial t^2} = 0$$

$$\underline{\mathbf{c}}_1(t) = \underline{\chi}_1(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$$\underline{\mathbf{c}}_2(t) = \underline{\chi}_2(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$$\vdots$$

$$\underline{\mathbf{c}}_p(t) = \underline{\chi}_p(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$$\vdots$$

$$\underline{\mathbf{c}}_P(t) = \underline{\chi}_P(t) * \mathbf{E}(t) \longrightarrow$$

$$\underline{\mathbf{c}}_1 = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_1(t)$$

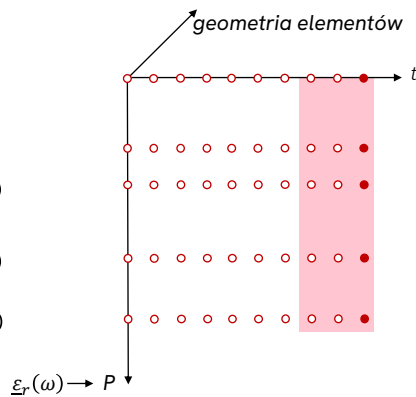
$$\underline{\mathbf{c}}_2 = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_2(t)$$

$$\vdots$$

$$\underline{\mathbf{c}}_p = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_p(t)$$

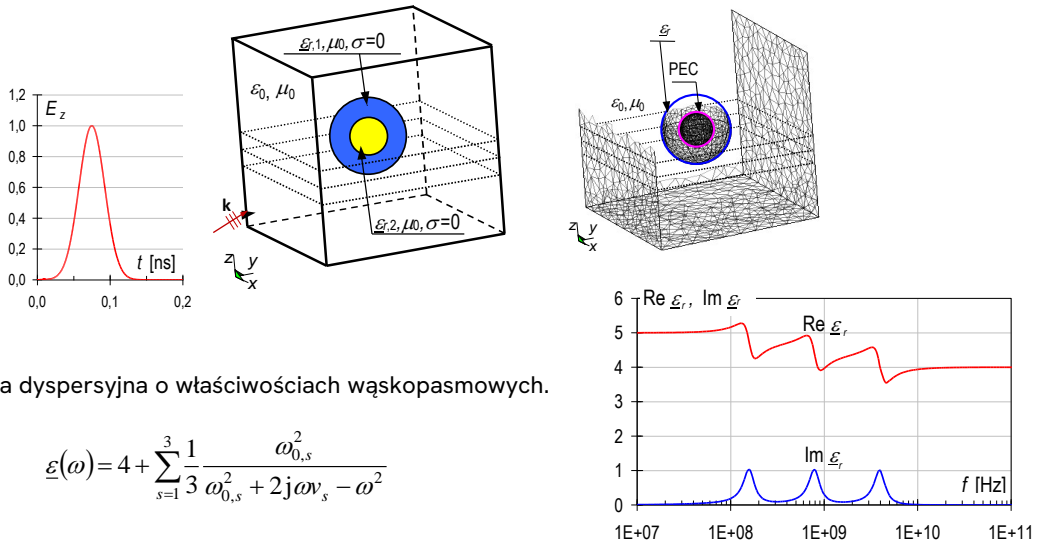
$$\vdots$$

$$\underline{\mathbf{c}}_P = \text{Re } \underline{\mathbf{c}}_P(t)$$



18

Przykład: układ z dyspersją rezonansową

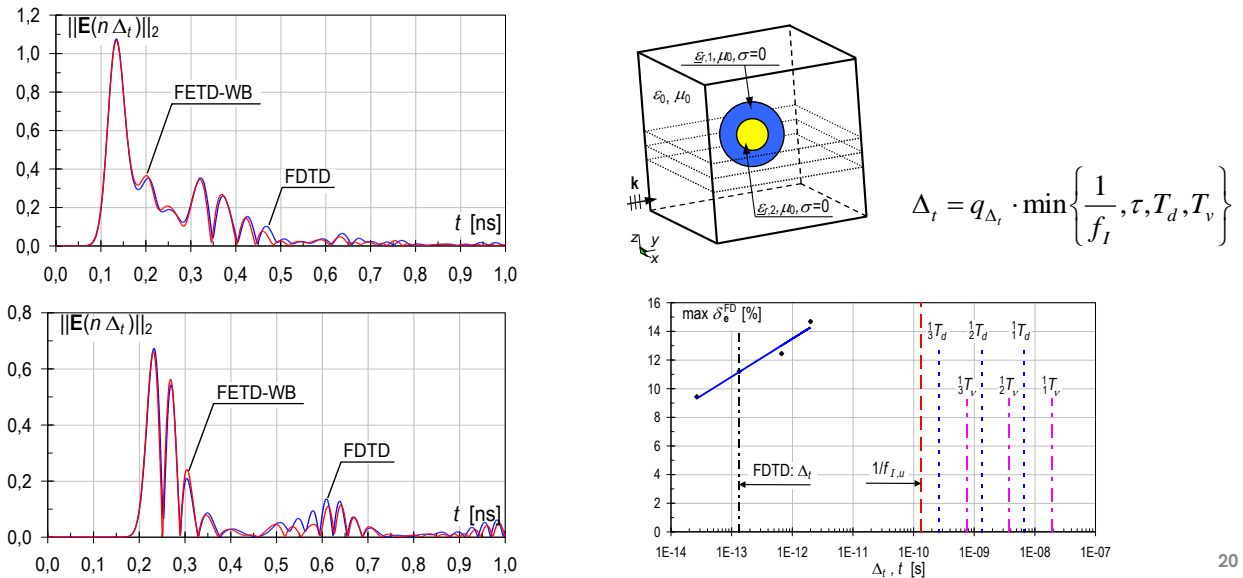


- Powłoka dyspersyjna o właściwościach wąskopasmowych.

$$\epsilon(\omega) = 4 + \sum_{s=1}^3 \frac{1}{3} \frac{\omega_{0,s}^2}{\omega_{0,s}^2 + 2j\omega\omega_s - \omega^2}$$

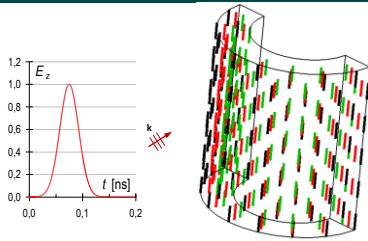
19

Przykład: układ z dyspersją rezonansową

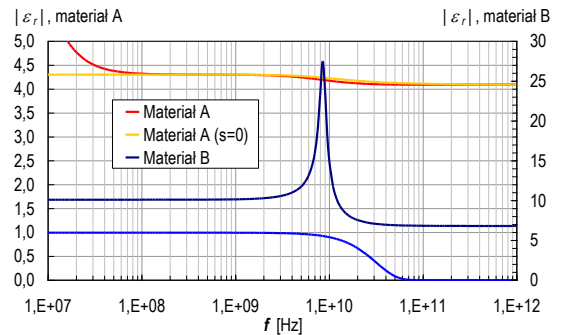


20

Przykład: dyspersja i włókna przewodzące

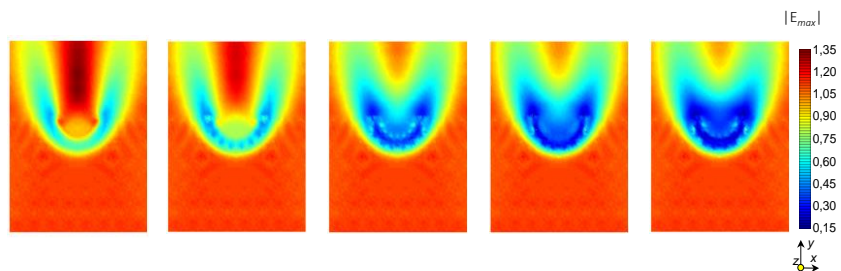
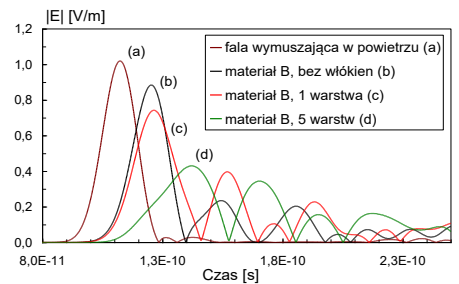
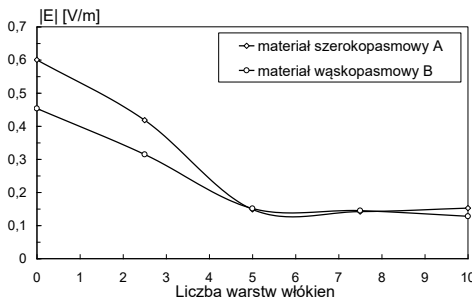
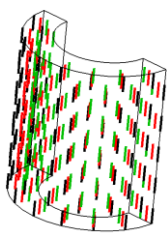


Parametr	Materiał A	Materiał B
opis materiału bazowego	tworzywo epoksydowe	tworzywo polimerowe (FR4) + proszek Al
ϵ_{∞} [-]	4,096	6,8
$\Delta\epsilon$ [-]	0,205	3,3
$f_{o,1}$ [Hz]	$3,95 \cdot 10^{10}$	$8,6 \cdot 10^9$
$f_{d,1}$ [Hz]	$1,998 \cdot 10^{11}$	$1,376 \cdot 10^9$
σ [S/m]	$2,295 \cdot 10^{-3}$	0



21

Przykład: dyspersja i włókna przewodzące



22

Podsumowanie

- Możliwa analiza dynamiki zjawisk występujących w układach o złożonej strukturze i geometrii, wykazujących dyspersyjnymi.
- Rezultaty obliczeń stanowią informację przydatną przy budowie rzeczywistych, złożonych elementów o zakładanej strukturze. Przeprowadzenie wstępnej oceny właściwości elementów.
- Rząd zastosowanych modeli materiałów (rząd modelu dyspersyjnego), określa w głównym stopniu dokładność algorytmu. Zwiększenie rzędu modelu materiału, prowadzi to do liniowego wzrostu liczby niewiadomych w układzie i stopnia złożoności obliczeń.
- Wymagania metody są determinowane przez rozmiar siatki elementów, uzależniony od długości włókien przewodzących.

23

dr hab. inż. Bogusław Butryło, prof. PB

Politechnika Białostocka

Wydział Elektryczny

Katedra Elektrotechniki, Energoelektroniki i Elektroenergetyki

e-mail: b.butrylo@pb.edu.pl

tel.: +48 85 746 9400

tel.: +48 571 443 169



24